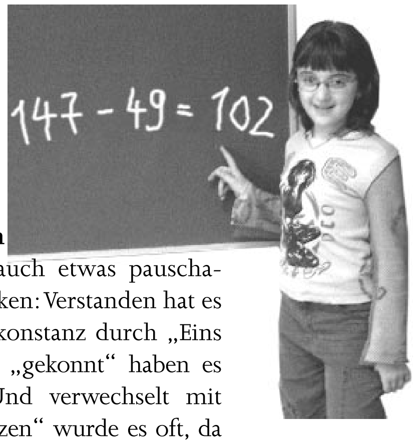
Die schriftliche Subtraktion in neuen Kleidern

In Staaten wie USA, England, Türkei, auch Italien, Spanien und in fernöstlichen Regionen ist bereits üblich, was der Lehrplan für die 3. Klasse in Bayern neu festgelegt hat: Die Wiederkehr des schriftlichen Subtraktionsverfahrens, das bis zum zweiten Weltkrieg auch in Deutschland gegolten hat. Dabei ist einiges an Umdenken im Lehren wie Lernen erforderlich. Die wesentlichen Unterschiede sind „Abziehen“ statt bisher „Ergänzen“ und „Borgen“ bzw. Stellentausch statt „Eins im Sinn“. Obwohl der Wechsel als Vorschrift fixiert ist, sorgt er zu Recht für Diskussionen über Sinn und Unsinn, Vorteil und Nachteil des neuen Verfahrens.

Zur Einschätzung

Bei näherer Betrachtung der Materie scheint es nicht angebracht zu sein, das alte oder das neue Verfahren als schlichtweg besser oder schlechter einzustufen. Zu komplex sind die Faktoren, die mit dem alten wie dem neuen Verfahren korrespondieren. Deshalb fährt man wohl besser mit einer beurteilenden Betrachtung, die sich fragt:
besser oder schlechter worin und wofür und für wen?



Als Kriterien hierfür bieten sich an:

Ist das neue Subtraktionsverfahren

- zu verstehen mit den Kategorien der Logik, zu verknüpfen mit bisher Gelerntem, meint hier *Verstandenem?*
- eine Erleichterung, wenn man es sich wieder herleiten muss wegen Vergessen, punktueller Verwirrung oder Stresslagen?
- eine Hilfe fürs Automatisieren?
- einprägsam bei fehlendem Grundverständnis?
- zeitökonomisch betrachtet besser?

Auch sind die Umstände zu bewerten und zu berücksichtigen, die mit dem neuen Subtraktionsverfahren an sich nichts zu tun haben, vielmehr im Wechsel begründet sind: z.B. Eltern üben mit ihren Kindern Subtraktion und sind überfordert.

Wen hat man vor sich?
Schüler mit den verschiedensten Denkgewohnheiten und Lernverhalten nach einer auf beiden Seiten offenen Richterskala. Polarisiert formuliert: Kinder, die auf Begreifen angewiesen sind, um Lernerfolge zu erzielen und solche, die einfach auswendig lernen, mathematische Gesetze für Verhaltensvorschriften halten (ich *darf* Z und E nicht zusammenzählen), die Mathematik mehr als Fakten denn als logisches System verstehen.
Derartige Betätigungen des Verstandes können Resultat einer Primärerfahrung mit dem Unterrichtsfach Mathematik sein, ebenso aber auch als Resultat vorschulisch oder außerschulisch herausgebildeter Denkgewohnheiten, eigener Neigungen, mangelnder vorgelebter Alternativen vorliegen.

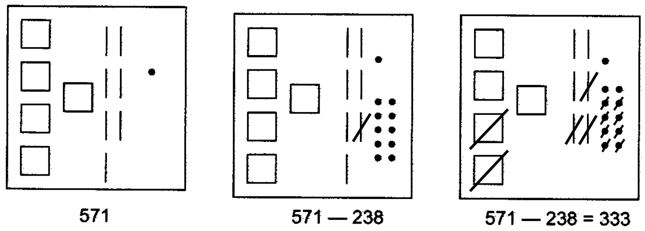
Was hat man vor sich?
Wie bei allen schriftlichen Verfahren ein mathematisches Rechenverfahren, dessen Stärke im Vergleich zum Kopfrechnen, also dem Umgang mit wirklichen Quantitäten, in seiner puren und radikalen Formalisierung bestehen soll und besteht. Durch die starke Formalisierung sind die ursprünglichen quantitativen Bezüge nicht mehr unmittelbar zu sehen.
Dies gilt so weit für alle schriftlichen Rechenverfahren – und deshalb werden sie auch einfach auswendig gelernt.
Somit stellen sich folgende Fragen:
Welches Verfahren kommt einem verstehenden Zugriff am ehesten entgegen? Welches Verfahren lässt sich ohne Wenn und Aber am leichtesten und dauerhaft einprägen ohne jede Belastung mit Hintergrundüberlegungen?
Sind beide Fragestellungen synchron oder gegensätzlich zu beantworten?

Zum alten Verfahren
lässt sich – wenn auch etwas pauschalisiert – soviel bemerken: Verstanden hat es eh keiner (Differenzkonstanz durch „Eins gemerkt“ gewahrt), „gekonnt“ haben es allerdings etliche. Und verwechselt mit „plus“ wegen „ergänzen“ wurde es oft, da die additive Sprechweise zu Richtungsproblemen in der Operation selbst führte, auf diese Weise für Verwirrung sogar auf ganz anderen Feldern, z.B. Platzhalteraufgaben, sorgte.
(s. „aus Fehlern lernen“ in Ausgabe 1/2003)

Grundsätzliche Voraussetzungen zum Verstehen des neuen Verfahrens
Das neue schriftliche Subtraktionsverfahren ist ein Angebot an den begreifenden Verstand. Begrifflose Aneignung, Speicherung und mehr oder weniger sinnentleerte Reproduktion sind hier weniger gefragt. Also muss der Schüler das „Begreifen-Wollen“ als vorherrschende Denkweise gewohnt sein. *Dafür muss der Unterricht im allgemeinen die Voraussetzungen setzen* – mehr als für bloßes Pauken. Und dieser Gesichtspunkt kann nicht erst beim Erlernen der schriftlichen Subtraktion gelten, das wäre in jedem Fall zu spät.
Das neue Verfahren muss außerdem bei seiner Vermittlung didaktisch daraufhin untersucht sein, wo Klippen, Schwierigkeiten und Anlass für mögliche Missverständnisse auftauchen können. Diese müssen begriffsimmanent bewältigt werden, nicht durch Eselsbrücken, Formvorschriften und sinnentleerte Übungen. Sonst besteht die Gefahr, dass die möglichen *Stärken* und *Chancen* des neuen Verfahrens verschenkt werden.

Voraussetzungen im engeren fachlichen Sinn:
Mit den Änderungen im schriftlichen Subtraktionsverfahren verschiebt sich auch die Wichtigkeit und die Bedeutung der (einwandfreien) Beherrschung anderer vorausgesetzter Teilgebiete der Grundschulmathematik, beispielsweise folgende:

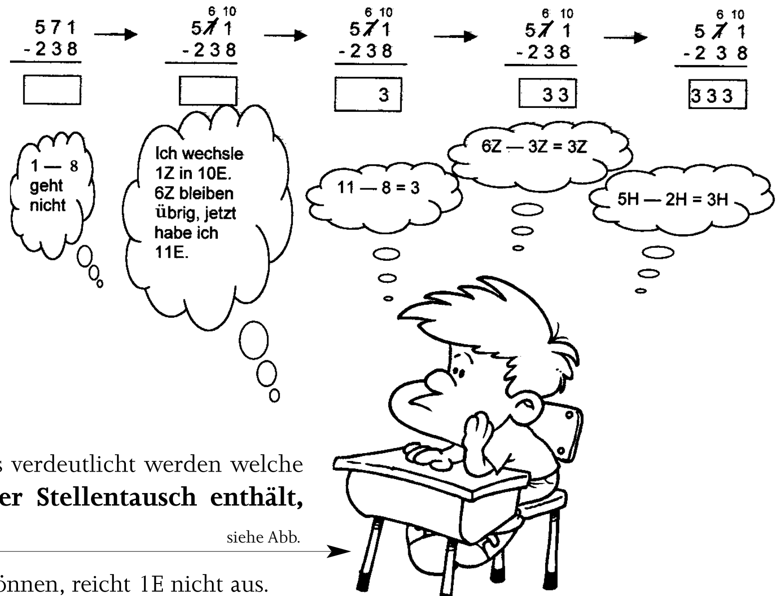
- Die Subtraktion muss ihrem Wesen nach verstanden sein. Abziehen heißt nicht, zwei Zahlen mit minus zu kombinieren, sondern von einer Zahl einen Teil von ihr selbst wegnehmen. Und einen kleineren Teil der Zahl kann man immer von ihr selbst abziehen. Bei aller möglichen Unklarheit über das Verfahren muss also die Gewissheit bestehen, dass es sich um Abziehen handelt, d.h. dass meine Zahl durch die Subtraktion kleiner wird.
- Die **Kopfrechnen-Gruppen** müssen in folgenden Schwierigkeitsgraden einwandfrei beherrscht sein: E-E (7-4),
- Z-E (10-6), ZE-E ohne Übergang (15-4), ZE-E mit Übergang(15-8).
- Die Schreibweise der Zahlen in Form der Stellenwerttafeln, aber auch ohne sie, muss zweifelsfrei beherrscht sein.



➤ **Das Stellenwertsystem** muss nicht einfach *„gekonnt"*, sondern *begriffen* sein. Insbesondere muss eine Zahl in ihrer Größe bestimmt werden können, das schließt ein, den Wert jeder Ziffer, abhängig von ihrem Stellenwert, innerhalb der Zahl zu kennen; denn die Grundidee der schriftlichen Subtraktion ist, die Zahlen nach dem Stellenwertsystem zu zerlegen und die Operation stellenweise auszuführen.

➤ Besonders wichtig für das neue Rechenverfahren ist die Fähigkeit, den Wert einer Ziffer im nächst niedrigeren Stellenwert auszudrücken, also das „Entbündeln" zu beherrschen. Mit Geld, Steck-Würfeln oder anderen anschaulichen Arbeitsmitteln kann dies im handelnden Umgang erkannt und geübt werden, zunächst also außerhalb der Zahl. Erst dann wird die pure Form begriffen.

➤ **Die Verbalisierungsfähigkeit** von mathematischen Vorgängen sollte mehr gefördert werden, um den Kindern die mathematischen Zusammenhänge bewusst zu machen. Vor allem beim neuen Rechenverfahren der Subtraktion hängt die Lösungskompetenz auch davon ab, die logische Abfolge der einzelnen Rechenschritte zu kennen.



Um den Lernerfolg im neuen Verfahren zu verbessern, muss verdeutlicht werden welche **Schwierigkeiten, Klippen und Missverständnisse der Stellentausch enthält,** an der Rechnung: **571 - 238 =** ...veranschaulicht: siehe Abb.

Um die 8E des Subtrahenden vom Minuenden abziehen zu können, reicht 1E nicht aus.
Man muss also einen Zehner in Einer tauschen, analog zur Bank, wo man einen 10 -Euro - Schein in 10 1Euro - Stücke eintauscht. Die eingetauschten 10E kommen aber nicht dahin, wo man den Tauschartikel – 1Z – weggenommen hat. Sie kommen dahin, wo sie eigentlich gar nicht hingehören, weil die Einerspalte nur maximal 9E verträgt. Die Einerspalte ist mit den jetzt 11E überfüllt. Um schließlich die Subtraktion an der Einerstelle vorzunehmen, sind 4 Rechenschritte notwendig! **Da heißt es: „nicht den Überblick verlieren".**

Die Notation: wird der eingewechselte Z als 10E notiert, stellt dies die Realität dar, eröffnet jedoch eine eigene neue Zeile über dem Minuenden, die mit dem bisherigen Wert der Einer - Stelle addiert werden muss, bevor subtrahiert wird. Bei der Zehnerstelle muss der ursprüngliche Wert durchgestrichen werden und der getauschte Zehner abgezogen werden.
Die andere Variante: die hochgestellte kleine Eins symbolisiert den Wert 10, bietet gleichzeitig das richtige Bild der veränderten Stelle an und unterscheidet sich durch die Kleinheit von der Ausgangszahl. Diese Schreibweise unterstellt allerdings eine saubere, ordentliche und sichere Handschrift.

9
3 ~~10~~ 10
~~4~~ 0 3
- 2 6 8

Wir müssen zwei mal tauschen,
da man von 3 E nicht 8 E abziehen kann und von 0 Z nicht 6 Z.
Wir müssen durch Stellentausch
die **Zehnerstelle größer machen**
und die **Einerstelle größer machen.**
Das geht aber nur, wenn wir dafür 1 H wechseln.
Deshalb tauschen wir 1 H in 10 Z , dann bleiben noch 3 H,
dann nehmen wir von den 10 Z 1 Z und tauschen ihn in 10 E
und haben dann 9 Z und 13 E.

Wenn die Rechnung 403 - 268 = ... heißt,

stellt sich ein weiteres Problem ein: An der Zehnerstelle gibt es keinen Zehner zu tauschen, also ist die nächst höhere Stelle zu entbündeln. So gibt es eine zusätzliche Etage: jetzt hat die Zahl schon drei Zeilen, die Rechnung insgesamt bereits 5 Zeilen.
Die Frage kann sich stellen: **was war was?**

Die mit Null besetzten Stellen
erzwingen wegen einer möglichen „Kettenreaktion" eine „Blockbetrachtung" des restlichen Teils der noch nicht subtrahierten Stellenwerte, wo hingegen im alten Verfahren jede Stellenwertspalte stur für sich zu erledigen war.

Dann sieht unsere Zahl jetzt so aus:

H	Z	E
3 ~~4~~	9 ~~0~~	10 3

Jetzt können wir ausrechnen:

H	Z	E
3 ~~4~~	9 ~~0~~	10 3
-2	6	8
		5

13E - 8E = 5E

H	Z	E
3 ~~4~~	9 ~~0~~	10 3
-2	6	8
	3	5

9Z - 6Z = 3Z

H	Z	E
3 ~~4~~	9 ~~0~~	10 3
-2	6	8
1	3	5

3H - 2H = 1H

Ergebnis: 135

Angaben zur schriftlichen Subtraktion:
Siehe auch Angelika Elsner & Hermann Maier in www.westermann.de