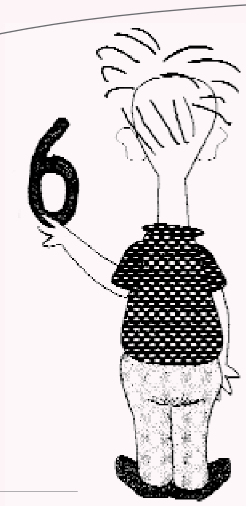
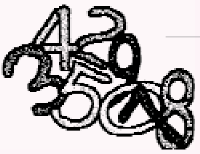


# Kopf und Zahl

JOURNAL
des **Vereins für Lerntherapie und Dyskalkulie** e.V.
in Zusammenarbeit mit den **Mathematischen Instituten zur Behandlung der Rechenschwäche**
6. AUSGABE, 2006
www.dyskalkulie.de



**R.Wieneke,**
Zentrum zur Therapie der Rechenschwäche, Berlin

## Frühindikation und Prävention von Rechenschwächen im Erstklassunterricht

### Überlegungen zu einem dyskalkulie-protektiven Förderunterricht

Rechenschwächen entwickeln sich nicht irgendwann im Laufe der Schulzeit, sondern haben ihren Ausgangspunkt im Erstklassunterricht und sind bereits bei der Unterrichtung im Zahlraum 1 – 6 wahrnehmbar, nachdem die Voraussetzungen des Rechnens erlernt sind.

**Die Voraussetzungen sind**

1. **das sichere Aufsagen der Zahlwortreihe 1 – 6 vorwärts wie rückwärts (Zahlname – Reihe)**
2. **das Erlernen der Zahlsymbole 1 – 6, das Schreiben der Zahlsymbole in Ziffern**
3. **die Zuordnung der Zahlnamen zu den Zahlsymbolen (Zahlendiktat bzw. Zahlen lesen)**
4. **die simultane Anzahlerkennung und Zuordnung zu Zahlwort bzw. Zahlsymbol**
   **☐☐☐☐☐ → 5, Fünf**
5. **die simultane Anzahlpräsentation, wenn Zahlsymbol erkannt bzw. Zahlname gehört ist**
   **5, Fünf → ☐☐☐☐☐**

Der Schnittpunkt vom Lernprozess zum *verständigen* Rechnen und dem Lernprozess hin zu sich entwickelnden Rechenschwächen beginnt, wenn der Unterricht die nominalistische und konkrete Ebene transformieren will. Hier trennt sich der Weg des verständigen Rechners vom konkretistisch-nominalistischen Beharrer. Gleich bei dieser, nur durch qualitative Diagnostik zu ermittelnden, Frühindikation liegt der effektivste Zeitpunkt zum Intervenieren.

Der Prototyp der sich entwickelnden Rechenschwäche im Anfangsstadium des Erstklassunterrichtes ist der persistent (anhaltend, dauernd, hartnäckig) zählende Rechner, der alle logischen Schlüsse,die das zählende Rechnen überflüssig machen, ausschlägt. Die Zählhilfen sind Legion. Die Finger sind das Hauptinstrument, aber andere Gegenstände wie Monatsübersichten in Kalenderblättern, Rippen der Heizkörper, die Hundertertafel, der Zahlenstrahl – so sie die Wand im Klassenzimmer zieren –, aber auch Vorgestelltes wie Fingerbilder, Würfelbilder werden zum permanenten Zählprozess herangezogen.

**weiter Seite 8**

## Liebe Leserinnen, liebe Leser,

wir, die Herausgeber von Kopf und Zahl, sind bereits seit vielen Jahren in der Lehrerweiterbildung tätig und in Folge dieser Tätigkeit kamen wir vor nunmehr drei Jahren und sechs Ausgaben zu dem Schluss, dass ein Journal wie Kopf und Zahl hilfreich sein könnte, um verschiedene Aspekte rund um den Problembereich Dyskalkulie bzw. rechenschwache Kinder im Mathematikunterricht zu erörtern. Der erheblich zu nennende Zuspruch, den dieses Journal bisher erfahren hat, verrät, dass wir mit diesem Beschluss nicht ganz falsch lagen.

Wir wünschen uns, damit den Blick für die Probleme rechenschwacher Kinder und Jugendlicher zu schärfen und es Schulen zu erleichtern, Rechenschwäche zu erkennen und Erkenntnisse hierüber in eine geeignete Förderplanung zu integrieren. In diesem Sinne versuchen wir, zentrale Überlegungen zur Gesamtproblematik Rechenschwäche/Dyskalkulie wie auch zur Prävention von Rechenschwäche und zur Wissensvermittlung im Mathematikunterricht so vorzustellen, dass sich möglichst viel davon im Rahmen dessen, was an schulischer Hilfe möglich ist, umsetzen lässt.

Wer darüber hinaus tiefer in die Materie einsteigen will, weitere Unterstützung sucht oder Diskussionsbeiträge beisteuern will, findet in dem **Verein für Lerntherapie und Dyskalkulie e.V.** einen zuverlässigen Ansprechpartner.

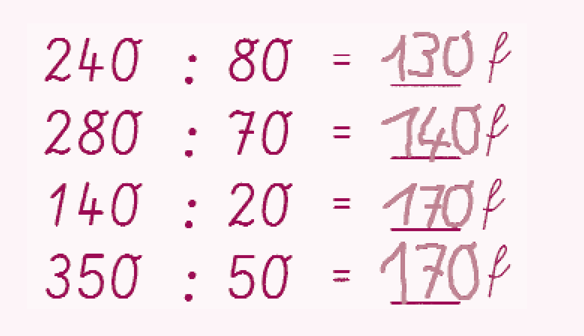
Mit freundlichen Grüßen wünschen wir viel Freude und Erkenntnis beim Lesen.

**INHALT**

# „Du solltest doch geteilt rechnen!“ „Hab’ ich doch!“ …

**Wolfgang Hoffmann,**
Mathematisch Lerntherapeutisches Zentrum, Dortmund

… antwortet die 9jährige Pia auf Nachfragen ihrer Lehrerin und der Mutter, während sie mit dem Kind die letzte Klassenarbeit besprechen. Das sieht aber auf den ersten Blick ganz anders aus: Auf Pias Arbeitsblatt stehen unter anderem folgende Aufgaben:



240 : 80 = 130 f
280 : 70 = 140 f
140 : 20 = 170 f
350 : 50 = 170 f

Beide versuchen Pia zu verstehen zu geben, dass diese Ergebnisse unmöglich herauskommen können. Die Lehrerin erklärt Pia, dass ihre Ergebnisse viel zu groß seien und dass man bei der Rechnung die Nullen „wegfallen lassen“ könne. Pia entgegnet: „Das habe ich auch gemacht!“ Auch die Mutter versucht das Kind in ähnlicher Richtung aufzuklären: „Schau mal Pia: Bei der Aufgabe 140:20 sieht man eigentlich sofort, dass das nicht 170 sein können, weil bei Geteilt-Aufgaben immer weniger rauskommen muss, als da vorne steht. Die Mal-Aufgaben kannst du doch. Hast du sie denn nicht benutzt?“ „Doch“, erwidert das Kind, mit dem anderen Hinweis der Mutter kann sie jedoch gar nichts anfangen.

## Hat Pia wirklich dividiert?

Von ihrem Standpunkt aus gesehen schon: Pia „weiß“, dass man Divisionen mit Multiplikationen ausrechnet (warum, das ist ihr völlig unklar). Pia ist, wie alle rechenschwachen Kinder, ein „Zählkind“. Auch die Einmaleins-Reihen hat sie lediglich als Zahlwortreihe auswendig gelernt und zählt diese immer wieder von unten aus hoch. Bei allen Aufgaben verwendet das Mädchen den gleichen Algorithmus, und zwar unter Berücksichtigung der „Regeln“, die es eingeübt hat: Zunächst lässt es bei beiden Zahlen die Null weg. Dann zählt Pia mit Hilfe ihrer Finger die entsprechende Einmaleins-Reihe des Divisors hoch. Nun überlegt sie sich: „Die Null habe ich erst weggelassen, also muss ich sie hinterher wieder dranhängen!“ Dann wird sie unsicher: Die erste Zahl hat einen Hunderter, ihr Ergebnis aber nicht. Da Pia das Stellenwertsystem nicht verstanden hat, kann sie die Größe ihrer Ergebnisse nicht abschätzen. Mehr oder weniger aus Wahrscheinlichkeitsabwägungen entschließt sie sich beim Ergebnis für eine dreistellige Zahl und versucht es auf der Hunderterstelle mit einer Eins. Und fertig sind die Aufgaben.

---

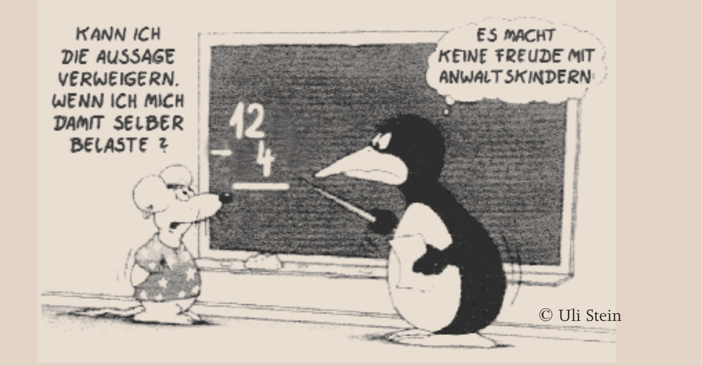
**Katja Rochmann,** Osnabrücker Zentrum für mathematisches Lernen

# Die Subtraktion – ein Buch mit sieben Siegeln

**Auffälligkeiten, die Hinweise auf bestehende Unsicherheiten über den Zusammenhang von Notation und Mengenvorstellung sind, finden sich bei vielen rechenschwachen Kindern insbesondere im Zusammenhang mit der Subtraktion: *„Minusaufgaben kann ich nicht.“ – „Minus ist besonders schwer.“* Während der Zusammenhang von Mengenhandlung und symbolischer Schreibweise bei der Addition im Zahlraum bis zehn häufig noch richtig bewältigt wird, zeigen sich Unsicherheiten und Fehlverständnisse, wenn die Zahlbeziehung über intermodale ( Verbindung zwischen Materialhandlung, konkreter Sachsituation und symolischer Schreibweise)Transfers bei der Subtraktion ermittelt werden soll.**

**Handeln mit Mengen und ihre symbolische Darstellung im Bereich der Subtraktion sind für viele rechenschwache Kinder zwei Anforderungen, die nichts mit einander zu tun haben. Dies will ich an Beispielen erläutern.**

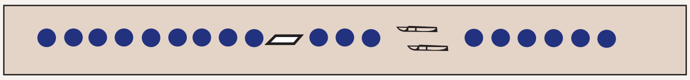
## 9 – 3 = 6 fällt dem Material zum Opfer



© Uli Stein

Die mündlich gestellte Aufgabe „Klaus hat neun Luftballons, drei davon zerplatzen“ wird in der Regel mit „9 – 3“ richtig symbolisch verschriftet und das Ergebnis „sechs“ ist meist auswendig gewusst oder wird „erzählt“. Der Aufforderung, diese Aufgabe nun mit Steckwürfeln zu legen, kommen die Kinder dagegen sehr unterschiedlich nach.

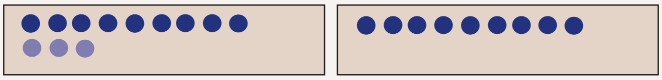
Nico greift in die neben ihm stehende Kiste und holt sich eine Menge Steckwürfel heraus. Dann werden von ihm neun Steckwürfel auf den Tisch gelegt, es folgen drei weitere und noch einmal sechs Stück, abschließend wird ein Radiergummi zwischen neun und drei Steckwürfel platziert und nach kurzer Überlegung landen zwei Bleistifte, untereinander gruppiert, zwischen den drei und den sechs Steckwürfeln.



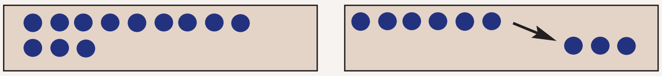
**Impressum:**
Herausgeber: Verein für Lern- und Dyskalkulietherapie, München, Brienner Straße 48
Redaktion: Alexander v. Schwerin (verantwortlich), Beate Lampke, München
Christian Busebaum, Elke Focke, Düsseldorf; Wolfgang Hoffmann, Dortmund
Rudolf Wieneke, Berlin
Layout und Satz: Illustration + Grafik, Tanja Gnatz, Gröbenzell

## Wie kommt’s?

In möglichst genauer Abbildung wurde von Nico das Schriftbild der Aussage „9 – 3 = 6“ nachgebaut, die Steckwürfel für die Zahlen und das Schreibzubehör für die Rechenzeichen. Jeder Term und der Wertausdruck des Terms werden durch Steckwürfel repräsentiert. Für den mathematischen Gehalt der Aufgabe gibt es nur ein Indiz: der Radiergummi!
Es ist zur Verkörperung der Subtraktion geworden.
Etwas anders ist die Vorstellung zur Subtraktion bei Julia. So viele Steckwürfel wie Nico benötigt sie nicht. Für „9 – 3 = 6“ werden in einer oberen Reihe neun Steckwürfel angeordnet und darunter drei. Julia kommentiert: „Jetzt muss ich drei wegnehmen.“ Gesagt, getan: die unteren drei Steckwürfel verschwinden wieder, fertig ist die Präsentation der Aufgabe.



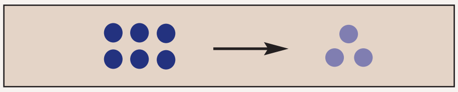
Meine Nachfrage, wieso neun Stück übrigbleiben, obwohl die Aufgabe zuvor mit „sechs“ gelöst wurde, verunsichert Julia. Bemüht, eine Antwort zu finden, scheitert sie, da sie den Widerspruch nicht auflösen kann: „Die Lösung kann man mit Steckwürfeln nicht zeigen.“, sagt sie schließlich. Für Julia ist die Subtraktion eine Frage des Auswendiglernens von Aufgabe und Ergebnis, die im günstigen Fall analog einer Telefonnummer in richtiger Ziffernfolge aufgesagt werden. Auf dieser Grundlage stelle man sich die Aufgaben im erweiterten Zahlenraum vor: ein umfangreiches, dickes Telefonbuch. Welch ein gruseliger Gedanke!
Als ich mit Julias Mutter den Irrtum ihrer Tochter bespreche, bestätigt sie mich: „Für Minus müssen wir immer zusammen üben. Ich habe ganz viel ausprobiert, aber immer, wenn etwas Neues kommt, stehen wir wieder am Anfang. Eine Freundin hat mir den Tipp gegeben, mit vorwärts- und rückwärtsgehen Minus zu üben. Bei 7 – 3 erst sieben Schritte vorwärts und dann wieder drei Schritte zurück.“ Da die Subtraktion jedoch keine Raumorientierungsfrage im Sinne von Vorwärts- und Rückwärtsbewegung ist, sondern eine Anzahloperation, können auch solche gut gemeinten Ratschläge vorhandene Schwierigkeiten nicht überwinden, manchmal verstärken sie sie sogar. Für die Rechnung „7 – 3“ absolviert Julia zehn Schritte, und das Ergebnis ist weit und breit im Raum nicht zu entdecken.
Ihre Materialhandlung für „9 – 3“ entspricht dem Geübten: Erst neun Steckwürfel, dann noch drei und das Ergebnis von Minusaufgaben kann man nur auswendiglernen, denn eine mathematische Erklärung, wieso bei zwölf gelegten Würfeln die Lösungszahl „sechs“ lautet, gibt es nicht.
Timo präsentiert die Aussage von Außen betrachtet genauso wie Julia. Mein Hinweis führt bei ihm allerdings zu einem anderen Umgang mit dem angesprochenen Problem: Er nimmt drei weitere Steckwürfel weg und jetzt sind sechs Stück übrig geblieben, was will man mehr.



Als ich nicht so schnell Ruhe gebe, sondern Timo auffordere, die Anzahl der insgesamt weggenommenen Würfel zu kontrollieren, sieht natürlich auch Timo, dass es sich entgegen der Notation („–3“) um die doppelte Menge an Steckwürfeln handelt (sechs). Aus seiner Erfahrung, dass die Subtraktion ein Buch mit sieben Siegeln ist, und er selbst letztlich nie sicher sein kann, wie es richtig geht, hat sich Timo einen ganz eigenen Umgang mit derartigen Schwierigkeiten zugelegt: „Es ist egal, ob ich drei oder sechs wegnehme.“ Eine Antwort, die verblüffen mag, aber Timos Erfahrung gut auf den Punkt bringt. Irgendwo muss etwas korrigiert werden, damit das Ergebnis stimmt, denn darauf kommt es ja letztlich an.

### 6 – 3 = 6!

Noch ein Beispiel aus der Fehleranalyse, bei dem es darum geht, einer Materialhandlung operationales Verstehen zu entnehmen. Carolin wird zunächst gefragt, was „9 – 3“ sei und sie antwortet schnell und sicher „sechs“. Sie zählt nicht, sie hat diese Rechnung mitsamt dem Ergebnis auswendig abgespeichert. Damit bin ich jedoch nicht zufrieden, da das Auswendiglernen der Grundaufgaben das Begreifen der Rechenarten nicht ersetzen kann. Anschließend füge ich zu sechs Steckwürfeln auf dem Tisch drei weitere hinzu. Wie aus der Pistole geschossen antwortet Carolin „Sechs plus drei ist neun!“ „So, jetzt nehme ich von diesen neun Steckwürfeln drei wieder weg“, kommentiere ich meine folgende Handlung.



Damit will ich auf einen möglichen Zusammenhang zur ersten Handlung und der damit verbundenen Rechnung hinweisen.

Carolin denkt kurz nach und äußert „sechs minus drei ist… sechs“. Was macht Carolin hier? Sie fokussiert sich auf die beiden Teilmengen, den Operanden für die Subtraktion und auf das, was übrig bleibt. Das Eine weiß sie: beim Wegschieben muss sie „minus“ sagen. Aber viel mehr weiß sie über die Subtraktion auch schon nicht. Und vor allem: sie nennt mir – ohne mit der Wimper zu zucken – eine Subtraktion, bei der der Wert der Differenz dem Minuenden entspricht: „6 – 3 = 6“!

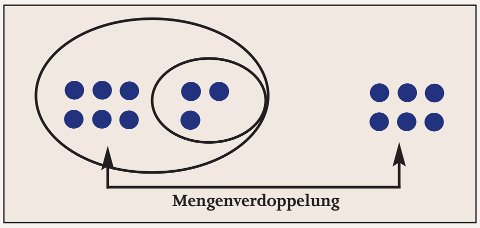
## Was ist passiert?

Auch wenn die vier Beispiele „meiner“ Kinder sich in ihrem fehlerhaften Verständnis von der Subtraktion unterscheiden, eines haben die beschriebenen Missverständ - nisse gemeinsam: zur Subtraktion wurde eine grundlegend falsche Vorstellung entwickelt. Das Minuszeichen bedeutet „wegnehmen“, aber, wovon wie viel wegzunehmen ist – was wird weniger? – und welche Konsequenz die Handlung für die verbleibende Menge hat, ist ihnen unergründlich oder anders gesagt, da muss im (un)-günstigsten Fall die Autorität einer erwachsenen Person zu Rate gezogen werden.

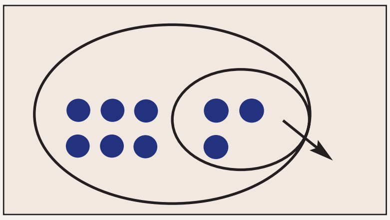
Die Subtraktion ist in der Vorstellungswelt dieser Kinder der Umgang mit zwei oder drei unabhängigen Mengen. Meine Diagnose ist hier: ein unausgebildetes Operationsverständnis. Dieses muss mit ihnen neu aufgebaut werden, egal in welcher Klassenstufe sie sind. Unverstanden ist, dass der Subtrahend Bestandteil des Minuenden ist, genauso unverstanden wie der Wert der Differenz – einerseits als Teil des Minuenden, andererseits als quantitativer Unterschied zwischen Minuend und Subtrahend. Soweit die Fehleranalyse.

## Was ist zu tun?

Der erste wichtige Schritt ist, zu klären, dass es bei der hier vorgestellten mathematischen Aussage: „9 – 3 = 6“ um die Interpretation der Gleichung als Verhältnis von Teil-Teil-Ganzes geht, denn sie verschriftet die Alltagssituation „Klaus hat neun Luftballons (Ganzes), drei davon zerplatzen (Teil), sechs bleiben übrig (Teil).“ Es handelt sich nicht um eine Mengenverdoppelung wie sie in der nachfolgenden Abbildung zu sehen ist!

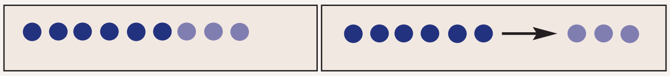


Vermittelt werden muss, dass die Gesamtmenge neun (Ganzes) um die Teilmenge drei vermindert wurde und daher insgesamt nur neun Steckwürfel notwendig sind, um die Rechenoperation angemessen zu veranschaulichen. Und genau auf diesen Gedanken kommt es an: Ist für die Kinder die Zahl vor dem Minuszeichen die Gesamtmenge, von der etwas wegkommt? Nur dann stimmen die verbal beschriebene Sachsituation, die Materialhandlung und die symbolische Darstellung der Quantitäten überein.



Zu erkennen ist, dass 9 – 3 nicht nur für „Wegnehmen“ steht, sondern die Rechnung quantifiziert auch den Unterschied zwischen der Gesamtmenge und dem wegzunehmenden Teil der Gesamtmenge (sechs) – damit eröffnet sich der Blick für den Wert der Differenz. Die Analogie, wenn 9 – 3 = 6 ist, dann muss 9 – 6 = 3 sein, bestimmt sich aus dem Verhältnis der beiden Teilmengen zur Gesamtmenge und ist gleichfalls ersichtlich. Weiter zeigt die Veranschaulichung, dass die Differenz „sechs“ ergänzt um den wegzunehmenden Teil „drei“ die Gesamtmenge „neun“ ergibt – der Zusammenhang zur additiven Ergänzung kann darüber vorbereitet und reflektiert werden.

Empfehlenswert ist, insbesondere bei der Einführung der Subtraktion, die Materialhandlung so zu gestalten, dass der Subtrahend von der Gesamtmenge weggenommen wird, aber für die Kinder noch sichtbar bleibt. Man kann ihn hierfür einfach ein Stück beiseite schieben. Dies erleichtert den Rückbezug zwischen Materialhandlung und mathematischer Schreibweise – und in diesem Fall auch zur Rechengeschichte. In der Erfahrungswelt der Kinder gibt es auch Situationen, in denen der Teil, der weggenommen wird, weiterhin zu sehen ist und nicht vollständig von der Bildfläche verschwindet.



Damit kein Missverständnis entsteht: Es kommt nicht darauf an, ein bestimmtes Schema zu trainieren, dies gilt auch für Materialhandlungen. Zielsetzung ist keineswegs eine perfekt durchgeführte Präsentation, eingeübt als rein technisches Vorgehen. Aber mittels Veranschaulichung ist die Sache, um die es geht, allen Beteiligten vor Augen und kann thematisiert werden, nicht nur vom Lehrer, sondern auch von den Schülern. Rückbezüge und Verbindungen zu anderem mathematischen Kontext lassen sich herstellen und ausprobieren, und die gedankliche Vorstellung zur Subtraktion lässt sich überprüfen.

Bei Carolin, Timo, Julia und Nico sieht das Operationsverständnis zurzeit ganz anders aus. Für sie bilden die unterschiedlichen Ebenen einer Aufgabenstellung keine Einheit. Im ungünstigen Fall versuchen sie drei verschiedene Darstellungsformen auswendig zu lernen. Da ist es kein Wunder, wenn deren Verbindung rein zufällig gelingt und nur allein vom außenstehenden Betrachter als korrekt oder falsch bewertet werden kann.

**Abschließend ein Lesetipp: Gerster, H.-D. / Schulz, R.:**

Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht

Pädagogische Hochschule Freiburg, Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken.

Überarbeitete Fassung, Freiburg 2000; Kapitel 8 Addition und Subtraktion, insbesondere die Seiten 351 bis 361.

**www.freidok.uni-freiburg.de/volltexte/1397/**

# Qualitative Diagnostik – eine Basis für Förderpläne

**Katja Rochmann,**
Osnabrücker Zentrum für mathematisches Lernen

## Fördern heißt : das Kind dort abholen, wo es steht

**Die entscheidende Frage vor Beginn einer jeden Förderung ist, auf welches Wissen kann man bei dem jeweiligen Kind aufbauen bzw. welches falsche Verständnis hat sich eingeschlichen und etabliert. Erst aus der Beantwortung dieser Frage ergibt sich, in welcher Abfolge und Intensität die Defizite zu beseitigen und die vorhandenen Lücken zu schließen sind.**

Bei der Anwendung von Zählstrategien im fortgeschrittenen Alter bzw. höherer Klassenstufe bestehen deutliche Hinweise auf eine Rechenschwäche/Dyskalkulie. Aber in der Praxis hat sich gezeigt: So offensichtlich treten die vorhandenen Schwierigkeiten im Umgang mit mathematischen Problemstellungen nicht immer zutage. Die Symptome, die darauf hinweisen, dass die Grundregeln des Rechnens nicht verstanden wurden, sind vielfältig. Um die Lernausgangssituation besser beurteilen zu können und einem Verdacht auf eine Rechenschwäche näher zu kommen, ist eine genauere Untersuchung der individuellen Rechenstrategien notwendig.

## Subjektive Algorithmen, eine Folge verfestigter mathematischer Missverständnisse

Viele Kinder, die keine tragfähigen Rechenstrategien entwickelt haben, verfügen über ein komplexes Repertoire an Rechenschemata, das in langwierigen Übungsstunden abgespeichert wurde. Analog einem Reiz-Reaktions-Schema wird beim Bearbeiten von Aufgabenstellungen auf diesen Fundus zugegriffen. Es beginnt die Suche nach Hinweisen in den vorgelegten Aufgaben, die auf ein bekanntes, geübtes Verfahren schließen lassen. Hinweise für die verlangten Rechenschritte werden in Form eines Indizienrasters versucht, den Aufgabenstellungen zu entnehmen.

Da der Übergang zur Logik der quantitativen und operativen Zusammenhänge nicht vollzogen wurde, endet die Suche nur allzu oft in einer Mixtur, bei der Rechenstrategie und sachgerechte Operation auseinanderdriftet. Wenn die Technik das Verständnis ersetzt, führt das schematische Vorgehen mal zu richtigen und mal zu falschen Lösungsschritten und ebensolchen Ergebnissen. Nach subjektiver Einschätzung und Gefühl werden die in der Aufgabe vorhandenen Zahlen, Ziffern und Rechenzeichen mit antrainierten Schemata in einen vermeintlichen Einklang gebracht. Dabei entwickeln die Kinder individuelle Schemata, die einer ganz eigenen Logik folgen: subjektive Algorithmen. Sie sind das Ergebnis komplexer gedanklicher Leistungen, aber eben falschen, dem konkreten Gegenstand nicht angemessenen Überlegungen und daraus resultierenden fehlerhaften Lösungsstrategien.

Um die Systematik der Fehler und die Quelle der Irrtümer aufzudecken, bedarf es einer genauen Analyse der vorliegenden Fehlleistungen. Anders ausgedrückt: Einer Behebung des Fehlers geht immer die Kenntnis über den vorhandenen Fehler voraus.

Standardisierte Testungen haben eine ganz entscheidende Schwäche: Sie halten lediglich ein „richtig“ oder „falsch“ bezüglich der Ergebnisse fest und geben keinen Einblick in die ihnen zugrunde liegende Gedankenwelt des Kindes. Hier setzt die qualitative Fehlerdiagnose in Kombination mit einem diagnostischen Gespräch an.

## Ob richtig oder falsch: Jedes Ergebnis verdankt sich der gleichen Verfahrensweise

Wenn die Logik der Operationen und ihre Verbindung zueinander nicht sicher erschlossen sind, ergeben sich in der Regel Probleme bei Aufgaben, bei denen die Präsentation nicht der gewohnten Form entspricht: Platzhalteraufgaben. Rechenschwache Kinder stoßen hier schnell an ihre Grenzen. Von den vier gestellten Minusaufgaben werden zwei Aufgaben fehlerhaft zur Lösung gebracht, während bei den anderen beiden Aufgaben der subjektive Algorithmus zu einer richtigen Lösung führt. Rein numerisch/statistisch ausgedrückt, führt die falsche gedankliche Operation bei 50% der hier gestellten Aufgaben zu einer richtigen Lösung:

10 -__ = 4, gelöst 10 - **6** = 4, gerechnet 10 - 4
20 -__ = 14, gelöst 20 - **6** = 14, gerechnet 10 - 14
__ -7 = 17, gelöst **10** - 7 = 17, gerechnet 17 - 7
17=__-3, gelöst 17 = **14** -3, gerechnet 17 - 3

Bei der Nachfrage nach der Lösungsstrategie wird sichtbar, dass alle Aufgaben mit der gleichen Technik gelöst wurden: Es wird über das Gleichheitszeichen hinweg gerechnet. Dieser Fehler macht erstens darauf aufmerksam, dass kein Verständnis von den Elementen einer Subtraktionsaufgabe vorliegt. Auch wenn bei der ersten und zweiten Aufgabe der Subtrahend korrekt ergänzt wird, beruht die Lösung auf keiner operational richtigen Vorstellung vom Zusammenhag zwischen Minuend, Subtrahend und Wert der Differenz. Der Formalismus hat das Verständnis ersetzt und die richtigen Lösungen sind im engeren Sinne Zufallsprodukte. Zweitens verweist er auf ein weiteres Unverständnis: Es zeigt sich, dass das Gleichheitszeichen nicht als Symbol für Äquivalenz verstanden wurde, sondern als Aufforderung, Ergebnisse zu produzieren.

## Wenn die Rechenkontrolle auch das einzige richtige Ergebnis tilgt

Dies bestätigt sich bei der Aufgabenserie, bei der mehrgliedrige Terme verglichen werden sollen. Sie wird von dem Kind nach haargenau derselben Strategie gelöst. Kombiniert werden die vorgegebenen Zahlen, indem zunächst mit der Seite begonnen wird, die eine vollständige Aufgabe präsentiert, um anschließend die verbliebene Zahl und das Rechenzeichen anzufügen. Ungeachtet der operativen Bedeutung der gesuchten Zahl, wird das jeweils ermittelte Ergebnis eingetragen. Mit dieser falschen Systematik gelingt ihm die richtige Lösung für die letzte Aufgabe:

| | | |
|---|---|---|
| 2 + 4 = __ + 1 | gelöst mit: **7**, | gerechnet: 2 + 4 + 1 |
| 3 + __ = 4 + 4 | gelöst mit: **11**, | gerechnet: 4 + 4 + 3 |
| 6 - 2 = 2 + __ | gelöst mit: **6**, | gerechnet: 6 – 2 + 2 |
| 8 - __ = 6 + 2 | gelöst mit: **0**, | gerechnet: 6 + 2 – 8 |

Da das Kind aus seiner Erfahrung weiß, dass auf die eigenproduzierten Lösungen wenig Verlass ist, wird zur Sicherheit die Aufgabenserie einer Überprüfung unterzogen. Überprüfung heißt in diesem Fall, es wird ein Abgleich wie mit einer Einkaufsliste durchgeführt: *„Habe ich alle für diesen Aufgabentyp automatisierten Strategien benutzt?“* Das Kind stutzt: Ein zweiter Algorithmus wird im Zusammenhang mit diesem Typus von Aufgabenstellung erinnert: *„Bei einem Gleichheitszeichen muss auf beiden Seiten etwas gleich sein.“* Dieses „etwas“ obliegt dann der ganz individuellen Betrachtung.

| | |
|---|---|
| 2 + 4 = __ + 1 | korrigierte Lösung: 2 + 4 = **6** + 1 |
| 3 + __ = 4 + 4 | korrigierte Lösung: 3 + **1** = 4 + 4 |
| 6 - 2 = 2 + __ | korrigierte Lösung: 6 – 2 = 2 + **6** |
| 8 - __ = 6 + 2 | korrigierte Lösung: 8 – **2** = 6 + 2 |

Da aber das Auswendiglernen isolierter, nicht verstandener Inhalte kein probates Mittel zur Überprüfung und zum Auffinden fehlerhafter Lösungen ist, führt die Bearbeitung der Aufgaben zwar zu anderen, aber damit keineswegs auch zu richtigen Resultaten. In diesem Fall fällt auch die letzte Aufgabe mit ihrer richtigen mathematischen Aussage einer falschen Auflösung anheim.

## Zwei von vier möglichen Treffern

### (Variationen eines unverstandenen Schemas)

Am Beispiel von Mareike, zum Zeitpunkt der Diagnostik in der 7. Klasse einer Realschule, soll einmal aufgezeigt werden, mit welcher subjektiven Variante eine eingeübte Lösungsstrategie aus der zweiten Klasse der Grundschule zu falschen mathematischen Aussagen führt. 50% der aufgeführten Aufgaben sind falsch gelöst. Der erste Blick lässt keine durchgängige Rechenstrategie erkennen. Aber dieser Eindruck täuscht:

| | |
|---|---|
| 1) | 21 - 9 = **12** |
| 2) | 21 - 19 = **2** |
| 3) | 187 - 88 = **95** |
| 4) | 187 - 89 = **076** |

Für Rechner mit einer entwickelten Vorstellung vom Dezimalsystem sind die Aufgaben 2 bis 4 im engeren Sinne keine Rechenaufgaben. Sie können sich das Verständnis der stellenabhängigen Wertigkeit der Ziffern und der sich dahinter verbergenden unterschiedlichen Mächtigkeiten für das Erkennen der kardinalen Nähe der beiden Zahlen zu Nutze machen. Sie sehen die „Nähe“ der Quantitäten von Minuend und Subtrahend über den Zehner bzw. Hunderter hinweg und subtrahieren ihre Differenz und erhalten ohne Mühe die jeweilige Lösung.

Auf diese Rechenerleichterung kann Mareike nicht zugreifen. Beim Rechnen im erweiterten Zahlenraum arbeitet sie ganz formalistisch und konsequent mit Zahlzerlegungen und „Rechnen bis zum Zehner“. Dieses Verfahren liefert bei regelgerechter Anwendung durchaus ein richtiges Ergebnis, ist allerdings im Verhältnis zu der oben vorgestellten Lösungsstrategie bei Aufgaben in höherem Zahlenbereich viel zeitaufwendiger und mit deutlich mehr Konzentrationsleistung verbunden.

| | | |
|---|---|---|
| 1) | 21 - 9 = | wird gerechnet: |
| | 21 - 1 = 20 | Rechnen bis zum vollen Zehner |
| | 20 - 8 = 12 | Subtraktion der restlichen Einer des Subtrahenden<br>Zahlzerlegung von neun (neun sind eins und acht) |
| | 21 - 9 = **12** | Die Aufgabe ist richtig gelöst. |

Dass es sich bei der nachfolgenden Aufgabe ausschließlich um eine dekadische Erweiterung des Subtrahenden handelt und daher der Wert der Differenz der ersten Aufgabe lediglich um zehn zu vermindern ist, bleibt von Mareike unerkannt. Jede Aufgabe ist für sie eine Aufforderung zum erneuten Rechnen.

| | | |
|---|---|---|
| 2) | 21 - 19 = | wird gerechnet: |
| | 21 - 10 = 11 | Subtraktion des Zehners des Subtrahenden,<br>Zwischenspeichern der Einer |
| | 11 - 1 = 10 | Rechnen bis zum vollen Zehner |
| | 10 - 8 = 2 | Subtraktion der restlichen Einer des Subtrahenden<br>Zahlzerlegung von neun (neun sind eins und acht) |
| | 21 - 9 = **2** | Die Aufgabe ist richtig gelöst. |

Kann das schematische Vorgehen bei den beiden ersten Aufgaben erfolgreich angewendet werden, wird das rein mechanische Operieren im dreistelligen Zahlbereich schwierig und wenig erfolgreich.

| | | |
|---|---|---|
| 3) | 187 - 88 = | wird gerechnet: |
| | 187 - 80 = 107 | Minuend minus Zehner des Subtrahenden |
| | 107 - 3 = 100 | Perseveration der Zehnerergänzung bzw. der<br>Zahlzerlegung von zehn (zehn sind sieben und drei) |
| | 100 - 5 = 95 | Subtraktion der restlichen Einer (acht sind drei und fünf) |
| | 187 - 88 = **95** | Der Algorithmus führt zu einem falschen Ergebnis. |

Bei Mareike schleicht sich ein dem unverstandenen Formalismus geschuldeter Fehler ein. Der Algorithmus „Rechnen bis zum Zehner“ hat sich derart verselbständigt, dass ihrer Lösungsstrategie die Trennschärfe zwischen den notwendigen rechnerischen Überlegungen fehlt, nämlich dem Aufteilungsschritt *„Ich muss acht aufteilen in sieben und eins“* und der Begründung für diesen Schritt *„weil ich bis zum vollen Zehner/Hunderter zuerst sieben wegnehmen kann.“* Die nachfolgende fehlerhaft gelöste Aufgabe der schriftlichen Subtraktion verdankt sich der gleichen Lösungsstrategie, die im Rahmen der schriftlichen Subtraktion durch die Methode der additiven Ergänzung variiert wird:

| | | |
|---|---|---|
| 4) | 187 | Einerstelle: von 9 bis 17 sind es 6 |
| | - 89 | gerechnet: 9 + 1 = 10, 10 + 7 = 17, notiere 6, weil: |
| | 1 1<br>**076** | sieben sind eins und sechs (Perseveration der Zehnerergänzung von eins) |
| | | Zehnerstelle: von 9 bis 18 sind es 7 |
| | | gerechnet: 1 + 8 = 9, 9 + 1 = 10, 10 + 8 = 18, notiere 7, weil: |
| | | acht sind eins und sieben (Perseveration der Zehnerergänzung von eins) |
| | | Hunderterstelle: von 1 bis 1 sind es 0 |
| | | Der Algorithmus führt zu einem falschen Ergebnis. |

Alle Aufgaben werden ausschließlich auf der abstrakten Ebene gelöst, an keiner Stelle wird gezählt. Zweifellos, Mareike hat viele Zahlzerlegungen automatisiert und wendet sie auch an. Auch wenn die Aufgaben aus dem Stoff der zweiten Klasse richtig zur Lösung gebracht werden, zeigt der rein schematische Rechenweg, dass die dekadische Gliederung und das Beziehungsverhältnis der Quantitäten zueinander Mareike für ein sinnvolles Rechnens verschlossen geblieben sind. Bei der Zahlraumerweiterung stößt sie an ihre rechnerischen Grenzen, da sie auf rein formale Rechenstrategien angewiesen ist. Ihre Vorgehensweise im Anwendungsbereich der Stellenwerte lässt größere Kenntnislücken im Dezimalsystem vermuten. Hier ist es vor einer Förderung notwendig, Mareikes Differenzierungsfähigkeit von Stellenanzahl, Stellenwert, Zahl und Ziffer zu untersuchen.

## Anregungen für die schulische Praxis

Da die vorgestellte Analyse angewendeter Rechenstrategien auf der Methode des lauten Denkens basiert, bedarf es bei den Kindern, die Schwierigkeiten haben ihre Lösungswege darzulegen, entsprechend Zeit und Geduld. Bedingungen, die im Schulalltag in der Regel nicht gegeben sind. Dennoch sollte eine sinnvolle fachspezifische Förderung immer auf einer individuellen Lernstandsdiagnose aufbauen, die die derzeitige Leistungsstufe ermittelt.

Während in der ersten Klasse noch viele Aufgaben unauffällig zählend lösbar sind, ist das zählende Verfahren mit der Erweiterung des Zahlenraumes auf 100 zum Scheitern verurteilt. Mit Zählen und Auswendiglernen von Aufgaben samt Lösung wie Telefonnummern ist dieser Zahlenraum nicht zu bewältigen. Der Stoff der zweiten Klasse erfordert zunehmend mathematische Einsichten, die rechnerische Basiskompetenzen aus dem Zahlenraum bis 10 voraussetzen. Ein sicheres inhaltliches Verständnis vom kardinalen und operationalen Aspekt der Zahlen ist das solide Fundament für die Übertragung der erarbeiteten Grundlagen auf das dekadische Positionssystem und auf die Erweiterung der Grundrechenarten durch die Multiplikation und die Division.

Missverständnisse und Irrtümer in der mathematischen Gedankenwelt des Kindes, die ihren Ausdruck finden in unangemessenen subjektiven Strategien, gründen in der Regel auf mangelnde Einsichten in Zahlbeziehungen und in Zusammenhänge und Eigenschaften der Rechenoperationen.

Mithilfe diagnostischer Aufgabenserien, lassen sich Fehlerschwerpunkte herausfiltern und Einblicke in die Lösungsstrategien der Kinder gewinnen, selbst bei Kindern, denen es schwer fällt, ihre Strategien begleitend zu kommentieren. Die Aufgabenfolgen sollten die mathematischen Mindestanforderungen zum aktuellen Zeitpunkt des Schulbesuchs umfassen.

Nachfolgend einige Beispiele, deren Lösungen sich für den versierten Rechner aus den vorhandenen Verknüpfungen zwischen den Aufgaben ergeben:

| | |
|---|---|
| 7 + 7 | **Verdopplung** |
| 8 + 7 | **Erhöhung um eins der Verdopplung (Inkrement der Verdopplung)** |
| 6 + 7 | **Verminderung um eins der Verdopplung (Dekrement der Verdopplung)** |
| __ + 7 = 15 | **Platzhalteraufgabe aus der Erhöhung um eins der Verdopplung** |
| 15 = __ + 8 | **Platzhalteraufgabe aus der Erhöhung um eins der Verdopplung** |
| 14 - 7 | **Umkehrung der Verdopplung** |
| 15 - 7 | **Umkehrung der Erhöhung um eins der Verdopplung** |
| 17 - 17 | **Dekadischer Transfer der Verdopplung** |
| 18 - 17 | **Erhöhung um eins des dekadischen Transfers der Verdopplung** |
| 34 - 17 | **Umkehrung des dekadischen Transfers der Verdopplung** |

## Schwierigkeiten einer qualitativen Diagnostik in der Schule

Eine Lernstandsdiagnostik und deren Dokumentation benötigen neben der fachlichen Ausbildung im Einzelfall immer einiges an Zeit, dies gilt auch, wenn sie in der Schule nicht zur Verfügung steht. Aber nicht nur diese formale Bedingung stellt innerhalb der Schule ein Problem dar. Die Beispiele, Argumente und Anregungen in diesem Artikel beschränkten sich bisher rein auf die fachspezifische Seite. Die zweite Abteilung einer Lernstandsdiagnostik ist die psychische Seite des Kindes. Kindern mit einem deutlichen Wissensdefizit ist ihr Versagen im Klassenverband nicht verborgen geblieben. Die Schule ist für sie ein belastetes Lernumfeld. Hier erleben sie ihre Niederlagen, die sich ab der zweiten oder dritten Klasse auch in Form von Noten und damit im unmittelbaren Konkurrenzvergleich zu den Mitschülern dokumentieren. Falsche Antworten, so die Erfahrung der Schüler, werden in Leistungstests mit schlechten Noten quittiert. Für diese Kinder ist es sehr schwer, sich der Lehrkraft gegenüber in einer diagnostischen Situation zu öffnen, sie als Hilfsangebot ernst- und anzunehmen. Gerade im angstbesetzten Fach Mathematik soll ihnen näher auf den Zahn gefühlt werden. Dies wirft aus Sicht des betroffenen Kindes einiges an Unbehagen und ein paar Ungereimtheiten auf: Bestand in der Klasse eben noch das Verbot, die Finger beim Rechnen zu benutzen (diese Abzählhilfe musste tunlichst versteckt werden), soll das Kind jetzt seine Strategien vor der Lehrkraft präsentieren. Nachfragen von Erwachsenen zu den Ergebnissen bedeuteten für diese Kinder bislang immer: „Mein Ergebnis ist falsch!“ Daraus folgte für sie stets ein erneutes Rechnen - aber keineswegs, den Lösungsweg offen zu legen, denn der war ja wohl verkehrt. Fehler wollen diese Kinder aus guten Gründen möglichst verheimlichen. Dazu steht das Bemühen der Lehrkraft, die Fehler aufzudecken und deren Ausgangspunkt herauszufinden, in einem gewaltigen Gegensatz. Nicht jedes Kind bringt den erforderlichen Mut auf, „sich in den Kopf hineinschauen“ zu lassen – vor allem nicht von der Lehrkraft, die es eben noch schlecht bewertete. In einer solchen Situation empfiehlt es sich, Möglichkeiten der Zusammenarbeit mit dem schulpsychologischen Dienst, mit Beratungsstellen, Jugendämtern und ausgebildeten Fachleuten für Dyskalkulie zu überprüfen und gemeinsam mit den Erziehungsberechtigten gangbare Lösungswege zu überlegen, damit eine nötige qualitative Diagnostik ggf. außerhalb des Klassenverbandes durchgeführt werden kann, um so die Basis für eine angemessene Förderung zu schaffen.

Fortsetzung von Seite 1

## Frühindikation und Prävention von Rechenschwächen im Erstklassunterricht

### Die Diagnosemethoden bei sich entwickelnder Rechenschwäche

Die in den Förderunterricht zu integrierenden oder die zu implementierenden diagnostischen Methoden sind folgende:

- **Interviewmethode des „Lauten Denkens“**
- **genaue Beobachtung der Schüler beim Umgang mit Veranschaulichungsmitteln**
- **begleitende Verhaltensbeobachtungen von Mimik, Gestik, Körperhaltung, Wortwahl beim Lösen mathematischer Aufgaben.**

Bei der Interviewmethode des „Lauten Denkens“ soll der Schüler über die Selbstkommentierung seiner Gedanken und Vorgehensweisen das Material liefern, das es lernanalytisch auszuwerten gilt. Die genaue Beobachtung der Schüler beim handelnden Umgang mit Veranschaulichungsmaterial will praktische und dyspraktische Vorgehensweisen im konkret-handelnden Umgang aufdecken, um über Verbesserung des Handlungsvollzuges Einsichten in den Zahlaufbau und das Verständnis der Zahlbeziehung zu ermöglichen.

Ein Beispiel: Der Schüler soll 6 Finger zeigen, nachdem er mit der Fingerklappmethode die Aufgabe 5 + 1 gerechnet hat. Baut der Schüler die 6 wieder einzeln an den Fingern durch Abzählen auf, verweist die unpraktische Zahlname-(Sechs)/Anzahlzuordnung (6 Finger) darauf, dass Einsichten in konkrete Zahlbeziehungen (5 Finger = 1 Hand) nicht gemacht sind.

Die dritte Methode wird mit der Anwendung der beiden ersten Vorgehensweisen verschränkt. Die Beobachtung von Mimik, Gestik, Körperhaltung, Wortwahl gibt Auskunft darüber, ob die Selbstauskunft beim „Lauten Denken“ mit dem Gedachten übereinstimmt (der Schüler sagt: „Das habe ich im Kopf gerechnet“, die schräge Kopfhaltung bei geschlossenen Augen und viermaligem Kopfzucken bei der Aufgabe 2 + 4 lässt aber auf kopfzählendes Rechnen schließen und nicht auf Kopfrechnen).

Die begleitenden Verhaltensbeobachtungen liefern somit wichtige Anhaltspunkte, die Analyse-Ergebnisse des „Lauten Denkens“ zu präzisieren bzw. die dyspraktischen Handlungsvollzüge prozessanalytisch besser verstehen zu lernen. Mit diesen diagnostischen Methoden kann die Fehlentwicklung zum Prototyp des zählenden Rechners, aber auch die positive Entwicklung zum verständigen Rechner beobachtet werden.

### Phänomenologie des persistenten Zählens im Anfangsstadium

Bereits in der Phase der Herstellung der Lernvoraussetzungen auf der konkretistisch-nominalistischen Ebene zeigen sich folgende Fehlstellungen:

- Der Zugriff auf fünfergebündelte Mengen (Fingermengen oder farbig unterschiedene Fünfermengen am Abakus) fällt ab der Menge 3 schwer. Der Zugriff auf Menge 6 kann nicht aus 5 + 1, der Zugriff auf die Menge 4 nicht aus 5 –1 „konstruiert“ werden, selbst auf die Menge 5 – bei bestehender Gewissheit, dass eine Hand fünf Finger hat – muss in Missachtung dieser Gewissheit von 1 abzählend zugegriffen werden.

- Das zählende Addieren selbst ist nicht praktikabel: An der linken Hand wird der erste Summand aufgebaut (hier 4 bei der Aufgabe 4 + 2) und an der rechten Hand der andere Summand. So ergibt sich das Problem, dass, um die Summe zu bilden, beide Summanden abgezählt werden müssen und dabei beide Zählinstrumente für die Darstellung der Summanden „verbraucht“ sind. Bei Rechtshändern ist „daher“ das Ergebnis 4, bei Linkshändern „nur“ 2. „Findige“ Kinder bitten den Erwachsenen, dass er zählen möge, weil sie keine Finger zur Hand haben. Einige Kinder nutzen Zunge oder Nase, um den „Zählkontakt“ herzustellen.

- Bevor das Counting-on-Verfahren (ab dem 2.Summanden wird gezählt) völlig verstanden ist, wird bei der Aufgabe 3 + 3 der erste Summand an Fingern gezählt 1, 2, 3 und anschließend – zu fünf ergänzend – 1, 2, 3 zählend der 4., 5. und 6. Finger aufgestellt, mit dem Ergebnis, dass man erneut alles durchzählen müsste, weil das Fingerbild (5 + 1 Finger) nur zählend erfasst werden kann, gleichwohl das Ergebnis von 5 + 1 gewusst ist.

- Wird das Counting-on-Verfahren angewandt, stellen sich Fehler um 1 ein. Bei 3 + 3 wird 3, 4, 5 gezählt – sehr intelligente „Fehler-um-1-Produzenten“ erhöhen - auf Rat der Eltern – den 2. Summanden um 1, damit „nicht immer zu wenig herauskommt“. Bei 3 + 3 wird 3, 4, 5, 6 (also 4 Schritte) gezählt. Der Fehler der Ordinal-/Kardinalverwechslung (Ordnungs-versus Mengenaspekt der Zahl) ist geblieben, das Ergebnis allerdings wird richtig.

- Man hat vom Kommutativgesetz („Den zuerst oder den anderen zuerst, ist egal“) bereits gehört, sicherheitshalber wird nach 4 + 2 die Aufgabe 2 + 4 neu ausgezählt.

- Einfache Transfers um + 1 oder – 1 werden stets ausgezählt: Nach 2 + 3 wird 2 + 4 gezählt, wie auch nach 2 + 4 erneut 2 + 3.

- Einsichten, die sich aus dem Zusammenhang von Addition und Subtraktion ergeben, bleiben systematisch ungenutzt: Nach 4 + 2 = 6 wird 6 – 2 erneut ausgezählt, danach „natürlich“ auch 6 – 4.

- Werden in der frühen Rechenphase bereits analytische Aufgaben wie c + 2 = 5 oder 2 + c = 5 gestellt, beginnt das Rätselraten. Gelegentlich wird auch darauf verwiesen, dass das Ergebnis (= 5) schon da steht und man nicht wisse, was der Lehrer will. Die allgemeine Grundhaltung ist kopfschüttelndes Unverständnis.

- Werden Textaufgaben so gestellt, dass man nicht nur zusammenzählen muss (Du hast 2 Bonbons, dein Freund 3 Bonbons. Wie viel habt ihr zusammen?), sondern den Sachverhalt analysieren muss, stößt man auf völliges Unverständnis (Du brauchst 6 Euro, um dir ein Buch zu kaufen, hast aber erst 2 gespart. Wie viel fehlen dir noch?). Häufig erlebt man sehr sachfremde Erwiderungen: „Ich kann doch noch nicht lesen“ oder „Mein Taschengeld kommt ins Sparschwein“ oder „Bücher lasse ich mir schenken“.
- Bei frühzeitiger Konfrontation mit Zahlenrätseln („Ich denke mir eine Zahl, addiere 3 und erhalte 5. Welche Zahl habe ich mir gedacht?“) wird mit blankem Unverständnis reagiert und das Rätseln aus der Mathematik verbannt. Die Entgegnung lautet: „Woher soll ich wissen, was du denkst?

Der Prototyp des zählenden Rechners (ob an Fingern oder an anderen Materialien) wird während des laufenden Lernprozess im Zählprozesses stets geübter.
Manchmal unterlässt er sogar das erneute Auszählen von kommutativen Aufgaben, häufig greift er sogar zur Anwendung des Kommutativgesetzes als Hilfe, um den Zählprozess zu verkürzen, was in der Regel erst im Zahlraum über 10 wesentliche „Ersparnisse“ bringt. Manchmal klappt sogar das Verdoppeln als Merkleistung (1 + 1, 2 + 2, 3 + 3), im Wesentlichen werden die Aufgaben aber einem Zählprozess unterworfen. Versuche, sich die wenigen Aufgabensätze im Zahlenraum 1 bis 6 zu merken, scheitern am fast alzheimer'schen Vergessen, was hier weniger an den allgemeinen Merkleistungen, als an der Begriffslosigkeit der bisherigen Einsichten in das mathematische System liegt.

## Überlegungen zur Verhinderung des persistenten Zählens

Die Frage nach der Verhinderung persistenten Zählens lässt sich erst beantworten, wenn man die Vorstellungen, die der zählende „Rechner“ von seinem Gegenstand hat, zu verstehen versucht. Für den Zähler ist Mathematik mit einem Zählprozess identisch. Mathematik fällt mit der Methode, ein Ergebnis zu produzieren, zusammen: Addieren ist Vorwärtszählen, Subtrahieren ist Rückwärtszählen. Der Fingerzähler kann den Prozess des Zusammenfügens zweier Teilmengen an den Fingern nur in Teilen einsehen. Im Counting-on-Verfahren führt er immer nur „Buch“ über das 1 + 1 + 1 des 2. Summanden, erst wenn die Summe der aufgestellten Finger mit dem 2. Summanden identisch ist, ist das Zahlwort für den zuletzt gezählten Finger das Ergebnis seiner Rechenaufgabe.

**Schematische Darstellung der Aktivitätsebenen beim zählenden Rechnen (Aufgabe 2 + 4)**

- ordinale Zählaktivität, Aufsagen der Zahlwortreihe 3, 4, 5, 6
- Fingeraktivität, Buchführung bei Zählfortschritt durch Aufstellung von 1, 2, 3, 4 Fingern
- Vergleichsaktivität, Fingeranzahl und 2. Summand (Teilmenge) wird verglichen
- Ergebnisnennung: Vergleich aus Identität von Fingeranzahl und 2. Summand (Teilmenge) ergibt, dass die letzte Zahl im Zählfortschritt die Gesamtmenge ist.

Bei 2 + 4 sieht der Fingerzähler vier aufgestellte Finger (Buchführung) und landet im Zählprozess bei 6. Die Identität von Menge des 2. Summanden mit den aufgestellten Fingern signalisieren: 6 ist das Ergebnis. Die Frage stellt sich, warum merkt der Fingerzähler nicht, dass, egal wie häufig er diese Aufgabe auch auszählt, das Ergebnis immer (jedenfalls wenn er richtig zählt) 6 bleibt? Die Antworten sind im Prinzip gegeben. Wenn er zählt, hat er keine Einsicht, nach welchen Kriterien sich Summen und Differenzen verändern, er „sieht“ bzw. beobachtet nur den 2. Summanden bzw. den Subtrahenden, während das ordinale Abschreiten der Zahlwortreihe parallel läuft. Das Verfahren gibt die Logik der Vereinigung zweier Mengen bzw. die Verminderung einer Menge wegen der fast unabhängig voneinander laufenden Prozesse (Buchführung und monotones ordinales Vorwärts-/Rückwärtszählen) nicht frei.

Verein für Lerntherapie und Dyskalkulie eV.

**Internet:**
**www.dyskalkulie.de**
**Email:**
**verein@dyskalkulie.de**

Die mengenlogischen Schlüsse, dass, wenn 2 + 3 = 5, das Ergebnis von 2 + 4 = 6 sein muss, bleiben dem verfahrensblinden Zähler verborgen. Das Ergebnis von 2 + 4 ist für den Zähler deshalb 6, weil – ganz tautologisch – der Zählprozess es ergab.

Wegen der beiden verschränkten Prozesse entwickelt sich beim Zähler genau das nicht, worauf es ankommt: die Zahl nicht nur als Name oder Symbol wahrzunehmen, sondern die Zahl in ihrer abstrakten Mengeneigenschaft zu denken (Vier ist einer mehr als Drei oder 4 = 3 + 1). Dem Zähler droht, dass er beim zählenden Rechnen die Reihenfolge von Zahlwörtern aufsagt und die Zahlbeziehungen nicht als abstrakte Mengenbezeichnungen wahrnimmt, sondern an Zahl-Namens-Unterschieden, Zahl-Symbol-Unterschieden und am Verfahren der Abzählens „kleben“ bleibt.

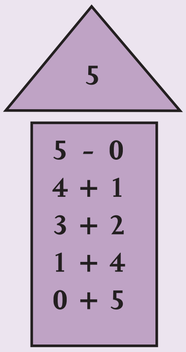
So kommt das Karussell in Gang, dass das zählende Rechnen ein Prozess ad infinitum wird, weil das Denken in Zahl**wörter**n und der ständige Vollzug, die Zahlwortreihe abzuschreiten, sich gegenseitig befördern.

Der Förderunterricht muss daher diese Perpetuierung des „alles-und-jedes-Zählens“ durchbrechen. *Im ersten Schritt verbietet* man *nicht* die Zählprozesse, sondern überzeugt den Zähler von einem anderen Verfahren, dem simultanen Fingerklappen incl. simultaner Ergebnisablesung. Beim Erlernen der Voraussetzung des mathematischen Lernens, also bereits beim Aufsagen der Zahlwortreihe und später bei der simultanen Präsentation sollte die Zahlname-/Anzahlzuordnung durch Fingerklapp-Zuordnung im Simultanverfahren geübt werden.

Das Fingerklapp-Verfahren hat den Vorteil, dass Gesamtmenge, Teilmenge der Finger jeweils identisch sind mit den in der Addition/ Subtraktion verhandelten Mengen. Der Mengenaspekt der Teilmengenvereinigung bzw. das Abziehen von Teilmengen aus der Gesamtmenge tritt bei Addition /Subtraktion sofort hervor, der Zusammenhang von Addition und Subtraktion wird an den Fingern im konkreten Prozess erfahrbar: Das „weil 2 + 4 = 6, muss 6 – 4 = 2 und 6 – 2 = 4 sein“, wird mit dieser Methode sichtbar gemacht. Die Wirkungen der Erhöhungen bzw. Verminderungen des 1. und 2. Summanden auf die Summe wird als Verbindungen der Unterschiede der Summanden sichtbar. Es wird logisch, dass 3 + 3 = 6 sein muss, weil 2 + 3 = 5 war. Dieses Verfahren hat den Vorteil, dass kardinale Schlüsse aus dem konkreten Vollzug ableitbar sind.

## Prinzipien eines dyskalkulie-protektiven Förderunterrichts

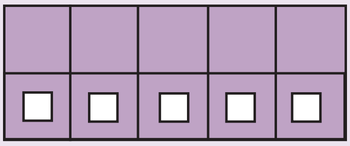
Wenn man die mögliche Entwicklung zum zählenden „Rechner“, diagnostisch aufgedeckt hat, reicht die Umstellung des Fingerzählens zum simultanen Fingerklappen nicht aus, weil auch bei dieser Klapptechnik ohne diagnostische Begleitung das Verfahren die zu entwickelnden mengenorientierten Einsichten „erschlagen“ kann. Der Förderunterricht sollte sich systematisch von 1 aufbauend der Zahlanalyse 1 – 6 als Zahl-/Mengenanalyse und Zahl-/ Teilmengenanalyse erneut widmen. Der Förderunterricht muss sich an der Entwicklung des kardinalen (quantitativen) Zahlverstehens orientieren.



Diese Zahlanalyse darf nicht bei der schematischen Zusammenfassung des Zahlsymbols stehen bleiben, weil vom Konkretisten die Zahlsymbole nicht in ihrer kardinalen, abstrakt mengenmäßigen Bedeutung gedacht sind.

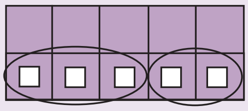
Im Folgenden wird nur die Zahlbeziehung der 5 zu 2 und 3 skizziert.

Zur Analyse der Zahl als Kardinalzahl sollten gleichzeitig der Zahlname **Fünf** (auch wenn die Buchstaben noch nicht bekannt sind), das Zahlsymbol **5** und die konkrete Anzahl, also ihre Mächtigkeit, präsentiert werden.

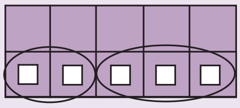


Auch die Beziehung zur 10 soll sichtbar sein.

Bei jeder Zerlegung der Zahlmenge Fünf, 5, □ □ □ □ □ darf man sich nicht darauf verlassen, dass Zahlname, Zahlsymbol als um 1, Eins, □ veränderte Menge automatisch mitgedacht werden, anders gesagt: Bei dem Zahlsymbol „3“ soll der Kardinalgedanke: dies ist einer mehr als „2“ oder gar zwei weniger als „5“,transportiert werden.



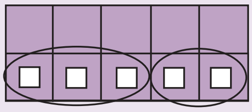
(1 + 1 + 1) + (1 + 1) = 5
3 + 2 = 5
**Drei plus Zwei ist gleich Fünf**
**Teilmenge + Teilmenge = Gesamtmenge**



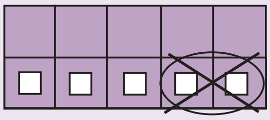
(1 + 1) + (1 + 1 + 1) = 5
2 + 3 = 5
**Zwei plus Drei ist gleich Fünf**
**Teilmenge + Teilmenge = Gesamtmenge**

Bei dieser Präsentation ist Kommutativität sofort ableitbar, weil Fünf, 5, □ □ □ □ □ aus den Teilmengen (1 + 1) + (1 + 1 + 1) oder anders zusammengefasst aus den Teilmengen 2 und 3 bzw. 3 + 2 besteht.

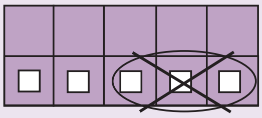
Selbst der Zusammenhang von Addition und Subtraktion wird sichtbar.



(1 + 1 + 1) + (1 + 1) = 5
3 + 2 = 5



(1 + 1 + 1) ~~+ (1 + 1)~~ = 1+1+1
5 - 2 = 3
**Gesamtmenge -Teilmenge = Teilmenge**
**Minuend - Subtrahend = Differenz**

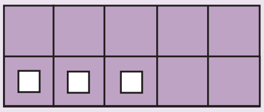


1 + 1 + ~~1 + 1 + 1~~ = 1+1
5 - 3 = 2
**Gesamtmenge - Teilmenge = Teilmenge**

Die Präsentation als Zusammenhang kann ebenfalls am positiven Fingerbild und negativen Fingerbild dargestellt werden.

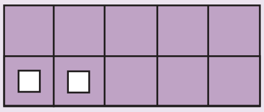
Das positive Fingerbild meint die Anzahl der aufgeklappten Finger, das negative Bild die Anzahl der eingeklappten Finger.

Da Kinder mit sich entwickelnder Rechenschwäche, hier der Prototyp des zählenden Rechners, systematisch bei analytischen Aufgaben versagen, sollten gerade analytische als Zahlenrätsel oder Textaufgabe verkleidete Anforderungen präsentiert werden.



Wie viel fehlen zu 5,
☐ ☐ ☐ ☐ ☐, Fünf?

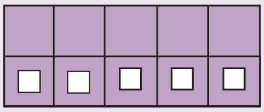
**3 + ☐ = 5**



Wie viel fehlen zu 5,
☐ ☐ ☐ ☐ ☐, Fünf?

**2 + ☐ = 5**

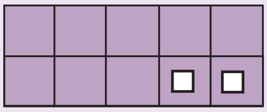
**Wir haben 3, wie viel Einer fehlen zu 5, ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ,Fünf?**



Wie viel fehlen zu 5,
☐ ☐ ☐ ☐ ☐, Fünf?

**☐ + 3 = 5**

**Wir haben 2, wie viel Einer fehlen zu 5, ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ,Fünf?**



Wie viel fehlen zu 5,
☐ ☐ ☐ ☐ ☐, Fünf?

**☐ + 2 = 5**

Wenn man bei der Analyse der Zahlen 1 – 6 alle additiven wie subtraktiven Zusammenhänge offenlegen will, und den zählenden „Rechner“ von seiner Auffassung abbringen will, dass Addieren mit Vorwärtszählen, Subtrahieren mit Rückwärtszählen identisch ist, sollte man das Gewicht auf das Verhältnis Gesamtmenge/Teilmenge bei beiden Operationen legen.

Bei den Aufgaben ☐ – 2 = 3, ☐ – 3 = 2, 5 – ☐= 3 bzw. 5 – ☐ = 2 nützt kein Zählprozess, sondern nur die Analyse der Beziehungen von Teilmenge zur Gesamtmenge. Die Analyse konkreter Mengen muss so theoretisiert werden, dass die abstrakten kardinalen Schlüsse Zählprozesse *ersetzen.*

Das Prinzip der Zahl-/Mengen- und Zahl-/Teilmengenanalyse verfolgt die Absicht, Gesetze, wie das Kommutativgesetz, Zusammenhänge, wie der der Operationen Addition und Subtraktion, an konkretem Material so zu erarbeiten, dass das Zahlbeziehungsdenken bzw. die kardinalen Einsichten beim Rechnen gefördert werden.

Für die Analyse der Zahlen ab 2 braucht man pro Zahl 3 bis 5 Förderstunden, wobei die Einsichten diagnostisch abgetestet und evaluiert werden müssen.

Bei der Entwicklung der richtig verstandenen, den Zahlenaufbau konstituierenden Menge „Eins“ braucht man sehr viel Zeit und Geduld, weil 1, Eins, ☐ muss als Elementarteil, die Unterschiede in die Zahlenwelt bringende Einheit, gedacht werden. Daher sollte in einer dyskalkulieverhindernden Darstellung des Zahlaufbaus nicht auf die Reihenfolge der Zahlen Gewicht gelegt werden, die Vorgänger-/Nachfolger-Übung ist hier weniger am Platze, weil das Denken in Unterschieden von Eins mehr bzw. Eins weniger angeregt werden soll. Die Vorgänger-/Nachfolger-Übung heißt dann: Was ist eine Eins mehr als 5 bzw. Eins weniger als 5?

Die Kategorie Eins sollte aus dem konkreten Vergleich zweier Mengen ermittelt werden.

☐ ☐ ☐ | **☐ ,1, Eins weniger**
☐ ☐ ☐ ☐ | **☐ ,1, Eins mehr**

☐ ☐ ☐ | **☐ ☐ ,1+1 weniger**
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ | **☐ ☐ ,1+1 mehr**

☐ ☐ ☐ | **☐ ,1 weniger**
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ | **☐ ☒ , Einer weniger als 2**

Die hier vorgelegte Skizze soll nur ein Leitfaden für eine Umsetzung im Förderunterricht sein. Für den Unterrichtsprozess selber findet man in dem Unterrichtswerk von Kutzer /1/ wertvolle Zahlzerlegungsbeispiele (z. B. die Büchsenwurf-Bude mit der Fragestellung: Wie groß ist die Teilmenge, die bereits getroffen wurde?). Literaturangabe siehe unten

Eine Frage ist hier noch zu beantworten, weil sie dem Autor nach Vorlage dieser Skizze sofort gestellt wird. Warum sind die Lernhierarchien „konkret, ikonisch, symbolisch“ unberücksichtigt geblieben? Für Lernprozesse, die eine frühindizierte Fehlentwicklung im mathematischen Denken unterbinden will, sind die Abstraktionshierarchien hinderlich, wenn sie nicht sogar die Abstraktionsvorgänge generell falsch formalisieren. Das Konkrete (Steckwürfel oder Fingeranzahlen) ist Ausgangspunkt des mathematischen Lernens. 2 Finger, 3 Finger geben beim analytischen Betrachten die Zahlbeziehungen zu 10, 5, 1 preis. So gesehen muss das konkrete Handeln mit Mengen durch Erarbeiten der Mengenbeziehung vom apraktischen Handeln zum verbesserten verständigen Handeln überführt werden. Die Einsichten, dass 2 + 3 = 5 ist und daher 2 + 4 = 6 sein muss, entwickeln sich aus diesem analytischen Prozess und führen dazu, dass man auf das Konkrete, den Konkretismus verzichten kann, eben weil man dieses verstanden hat und nicht auswendig gelernt hat. So gesehen gibt es nur konkrete Anschauung und Entwicklung mathematischer Einsichten durch Analyse der konkreten Mengenverhältnisse. Aus diesem Grund sollte der Erstklassenunterricht durch Kardinalzahlanalyse mengentheoretischer werden. Wobei ein zweites Instrument im Unterricht/Förderunterricht unabdingbar ist: Ohne mathematische Diagnostik als unterrichtsbegleitende Notwendigkeit klappt weder Frühindikation noch Prävention. Förderunterricht ohne qualitative Diagnostik läuft derzeit Gefahr, die Spezies der Rechenschwachen in ihrem Konkretismus/ Nominalismus zu bestärken, weil der Förderunterricht nicht auf die bei 1, ☐, Eins einsetzenden Probleme ausgerichtet ist, sondern sich am Stoff der letzten Stunde orientiert.

### Literatur:

**/1/ G. Kutzer:** Mathematik entdecken, Verlag Moritz Diesterweg, Frankfurt am Main 1983. Wir empfehlen den Lehrerband genauestens ab Seite 118 zu bearbeiten. Es handelt sich zwar um ein sonderpädagogisches Lehrbuch, aber die Zahlanalyse von 0 – 6 ist für jede förderdiagnostische Arbeit anregend und hilfreich.

**/2/H. Claus, J. Peter:** Finger, Bilder, Rechnen – Förderung des Zahlverständnisses im Zahlenraum bis 10, Van den Koeck und Ruprecht, Göttingen 2005

## Was ist Förderdiagnostik?

Wenn ein Kind zu uns kommt, ist längst bekannt, *dass* es Probleme mit dem Rechnen hat – die Anzahl der in der Schule erzielten richtigen Ergebnisse ist unterdurchschnittlich und/oder die erzielten Punktewerte in standardisierten Tests liegen unter der Norm. Wer ein solches Kind fördern will, braucht nicht noch einmal eine Diagnostik, die *diesen Bedarf* feststellt.

**Förderdiagnostik zielt auf etwas ganz anderes.** Sie will die Frage beantworten, *woran es liegt*, dass das Kind immer wieder mehr falsche Ergebnisse erzielt als seine Mitschüler, *woran es liegt*, dass alle bisherigen Anstrengungen, ihm aus dieser Misere herauszuhelfen, so wenig gebracht haben. Förderdiagnostik beurteilt *nicht die Lösungen* des Kindes nach dem Kriterium „richtig" oder „falsch", sondern ermittelt im Dialog mit dem Kind die *Denkprozesse*, die es zu seinen Ergebnissen geführt haben. Denn einerseits führen falsche Lösungsstrategien nicht bei allen Aufgaben zu falschen Lösungen, sondern bei einigen, manchmal recht vielen, auch zu richtigen – man kann also vom *richtigen Ergebnis* nicht darauf schließen, dass der Lösungsweg, der zu diesem Ergebnis geführt hat, *richtig* ist. Andererseits hat auch das rechenschwache Kind, wenn es zu einem *falschen Ergebnis* gekommen ist, nicht nur falsch *gedacht*, sondern in der Regel war einiges, wenn nicht vieles, an seinem Denkprozess *richtig*. Es ist daher notwendig, zu ermitteln, *welche Denkschritte* richtig waren, und *welche* zum falschen Ergebnis führten. Das geht über das Urteil „richtig" oder „falsch" (und mehr ermittelt ein standardisierter Test oder eine benotete Klassenarbeit nicht) weit hinaus.

Förderdiagnostik erkundet, *wie das Kind denkt*, so dass es beim Rechnen in solche Schwierigkeiten geraten ist. Sie bestimmt, wo in seinem *Denken* genau seine Schwächen liegen, und wo es die mathematischen Kompetenzen hat, auf denen eine erfolgreiche Förderung aufbauen kann.

Dazu gehört auch, dass Förderdiagnostik sich nicht auf die Untersuchung des Rechnens beschränkt. Weil das Ziel ist, die Kinder zu verstehen, wird der emotionale Kontext nicht beiseite geschoben, um das *mathematische Denken* der Kinder zu studieren. Vielmehr ist beides, da es untrennbar miteinander verbunden ist, wichtig: Die Angst des Kindes vor dem Rechnen zu untersuchen und die Bedingungen, die diese Angst hervorrufen, ist ebenso von Interesse wie die Kenntnis über die Rechenstrategien, die das Kind benutzt.

**Förderdiagnostik** will *Partei ergreifen* für das einzelne Kind – sie will *ihm gerecht* werden. Wenn die besonderen Kompetenzen des Kindes erkannt sind, kann der Weg skizziert werden, auf dem das Kind sich ein wirkliches Verständnis von Mathematik erarbeiten kann, und bestimmt werden, wie ihm auf diesem Weg geholfen werden kann.

Klaus Boerner, Essen

## Kopf und Zahl beziehen

**Das Journal erscheint, solange es Zeit und Geld erlauben, zweimal im Jahr und ist kostenlos zu beziehen. Bitte überlassen Sie uns hierfür Ihre E-Mail-Adresse unter verein@dyskalkulie.de**

**Wir machen garantiert nur zum Versand der pdf-Datei Kopf und Zahl davon Gebrauch. Wer noch keine E-Mail-Adresse zur Verfügung hat, möchte uns bitte seine postalische Adresse hinterlassen**

**Verein für Lern- und Dyskalkulietherapie,**
**Brienner Strasse 48 (Hgb 2), 80333 München**

MATHEMATISCHES INSTITUT ZUR BEHANDLUNG
DER RECHENSCHWÄCHE /Dykalkulie

**DIAGNOSE • BERATUNG • THERAPIE**
Brienner Straße 48,80333 München

**Telefon 089 / 5 23 31 42**
Telefax 089 / 5 23 42 83

Internet: http.//www.rechenschwaeche.de
e-mail : institut@rechenschwaeche.de

**Telefonsprechstunde:**

Mo - Do $11^{00}$ bis $15^{30}$ Uhr
Fr $12^{00}$ bis $15^{30}$ Uhr

**München Rosenheim Augsburg**

### Therapieeinrichtungen des mathematischen Instituts in der Umgebung

**86150 Augsburg,**
Stettenstr. 2, Tel. 0821/5082666
**81245 Aubing,**
Ubostr. 18, Tel. 089/5233142
**83646 Bad Tölz**
SPZ, Alter Bahnhof, Tel.089/5233142
**85221 Dachau,**
Dr. Engert-Str. 9, Tel. 089/5233142
**85421 Erding**
Schule am Grünen Markt
**83607 Holzkirchen**
Hauptschule
**85551 Kirchheim - Heimst.,**
Maria-Glasl-Str. 16, Tel. 089/5233142

**6330 Kufstein,**
SPZ Sozialpädagogisches
Zentrum, Josef-Egger-Str. 2
**86899 Landsberg,**
Hauptplatz 175, Tel. 089/5233142
**93053 Regensburg**
Puricellistr.30, Tel. 089/5233142
**83022 Rosenheim,**
Stollstr. 10, Tel. 08031/15631
**82319 Starnberg Grundschule**
Grundschule, Ferdinand-Maria Str.1
nähe S-Bahnhof Nord
**85716 Unterschleißheim,**
Ganghofer Str. 5, Tel. 089/5233142

**Aufbaukurse**
**für die Unter- und Mittelstufe Gymnasium & Realschule**

---

**MATHEMATIK - EIN ROTES TUCH**

***Mathe-Aufbaukurse für die Sekundarstufe I.***

**Mathematisches Denken lernen • Zusammenhänge erkennen**

Wir führen einen Test zur Ermittlung des individuellen Lernstands durch. An Hand der Defizite wird das passende Arbeitsprogramm mit den entsprechenden Modulen zusammengestellt. Wir bilden 2er- oder 3er Gruppen von Schülern mit ähnlichen Schwierigkeiten.

**Module der Aufbaukurse**

**Arithmetik:**
Zahlaufbau Stellenwertsystem, Grundrechenarten, Rechengesetze (D-Gesetz), Bruchrechnen, Negative Zahlen, Binomische Formeln, Faktorisieren, Potenzen, Wurzeln

**Gleichungen:**
Umgang mit Termen, Lineare Gleichungen, Bruchgleichungen, Gleichungssysteme, Quadratische Gleichungen, Wurzelgleichungen

**Funktionen:**
Lineare Funktionen, Proportionalitäten, Quadratische Funktionen, Potenzfunktion, Wurzelfunktionen

- *Mittels der qualitativen Testauswertung setzen wir an dem Punkt an, wo das Unverständnis beginnt, nicht einfach am aktuellen Stoff*
- *Wir konzentrieren uns auf das Wesentliche*
- *Die Verbindungen zwischen den Stoffgebieten mehrerer Schuljahre werden aufgezeigt => ein mathematischer „Roter Faden"*
- *Also kein hektisches Üben für die nächste Schulaufgabe, stattdessen weniger Pauken bei dauerhaftem Schulerfolg*

**Weitere Informationen unter Telefon 089 / 5 23 31 42**

## Was ist Förderdiagnostik?

Wenn ein Kind zu uns kommt, ist längst bekannt, *dass* es Probleme mit dem Rechnen hat – die Anzahl der in der Schule erzielten richtigen Ergebnisse ist unterdurchschnittlich und/oder die erzielten Punktewerte in standardisierten Tests liegen unter der Norm. Wer ein solches Kind fördern will, braucht nicht noch einmal eine Diagnostik, die *diesen Bedarf* feststellt.

**Förderdiagnostik zielt auf etwas ganz anderes.** Sie will die Frage beantworten, *woran es liegt*, dass das Kind immer wieder mehr falsche Ergebnisse erzielt als seine Mitschüler, *woran es liegt*, dass alle bisherigen Anstrengungen, ihm aus dieser Misere herauszuhelfen, so wenig gebracht haben. Förderdiagnostik beurteilt *nicht die Lösungen* des Kindes nach dem Kriterium „richtig“ oder „falsch“, sondern ermittelt im Dialog mit dem Kind die *Denkprozesse*, die es zu seinen Ergebnissen geführt haben. Denn einerseits führen falsche Lösungsstrategien nicht bei allen Aufgaben zu falschen Lösungen, sondern bei einigen, manchmal recht vielen, auch zu richtigen – man kann also vom *richtigen Ergebnis* nicht darauf schließen, dass der Lösungsweg, der zu diesem Ergebnis geführt hat, *richtig ist*. Andererseits hat auch das rechenschwache Kind, wenn es zu einem *falschen Ergebnis* gekommen ist, nicht nur falsch *gedacht*, sondern in der Regel war einiges, wenn nicht vieles, an seinem Denkprozess *richtig*. Es ist daher notwendig, zu ermitteln, *welche Denkschritte* richtig waren, und *welche* zum falschen Ergebnis führten. Das geht über das Urteil „richtig“ oder „falsch“ (und mehr ermittelt ein standardisierter Test oder eine benotete Klassenarbeit nicht) weit hinaus.

Förderdiagnostik erkundet, *wie das Kind denkt*, so dass es beim Rechnen in solche Schwierigkeiten geraten ist. Sie bestimmt, wo in seinem *Denken* genau seine Schwächen liegen, und wo es die mathematischen Kompetenzen hat, auf denen eine erfolgreiche Förderung aufbauen kann.

Dazu gehört auch, dass Förderdiagnostik sich nicht auf die Untersuchung des Rechnens beschränkt. Weil das Ziel ist, die Kinder zu verstehen, wird der emotionale Kontext nicht beiseite geschoben, um das *mathematische Denken* der Kinder zu studieren. Vielmehr ist beides, da es untrennbar miteinander verbunden ist, wichtig: Die Angst des Kindes vor dem Rechnen zu untersuchen und die Bedingungen, die diese Angst hervorrufen, ist ebenso von Interesse wie die Kenntnis über die Rechenstrategien, die das Kind benutzt.

**Förderdiagnostik** will *Partei ergreifen* für das einzelne Kind – sie will *ihm gerecht* werden. Wenn die besonderen Kompetenzen des Kindes erkannt sind, kann der Weg skizziert werden, auf dem das Kind sich ein wirkliches Verständnis von Mathematik erarbeiten kann, und bestimmt werden, wie ihm auf diesem Weg geholfen werden kann.

Klaus Boerner, Essen

### Kopf und Zahl beziehen

**Das Journal erscheint, solange es Zeit und Geld erlauben, zweimal im Jahr und ist kostenlos zu beziehen. Bitte überlassen Sie uns hierfür Ihre E-Mail-Adresse unter verein@dyskalkulie.de**
**Wir machen garantiert nur zum Versand der pdf-Datei Kopf und Zahl davon Gebrauch. Wer noch keine E-Mail-Adresse zur Verfügung hat, möchte uns bitte seine postalische Adresse hinterlassen**
**Verein für Lern- und Dyskalkulietherapie,**
**Brienner Strasse 48 (Hgb 2), 80333 München**

MATHEMATISCHES INSTITUT ZUR BEHANDLUNG
DER RECHENSCHWÄCHE /Dykalkulie

**DIAGNOSE • BERATUNG • THERAPIE**
Brienner Straße 48,80333 München

**Telefon 089 / 5 23 31 42**
Telefax 089 / 5 23 42 83

Internet: http://www.rechenschwaeche.de
e-mail : institut@rechenschwaeche.de

**Telefonsprechstunde :**

Mo - Do $11^{00}$ bis $15^{30}$ Uhr
Fr $12^{00}$ bis $15^{30}$ Uhr

**Ab sofort**

*Test, Beratung und Therapie*
**in Regensburg**

**Mathematisches Institut zur Behandlung der Rechenschwäche/Dyskalkulie**

**93049 Regensburg,**
**Puricellistrasse 30**

**Terminabsprachen und andere Informationen vorerst noch 089/5233142**

**Aufbaukurse**
**für die Unter- und Mittelstufe Gymnasium & Realschule**

---

**MATHEMATIK - EIN ROTES TUCH**

***Mathe-Aufbaukurse für die Sekundarstufe I.***

**Mathematisches Denken lernen • Zusammenhänge erkennen**
Wir führen einen Test zur Ermittlung des individuellen Lernstands durch. An Hand der Defizite wird das passende Arbeitsprogramm mit den entsprechenden Modulen zusammengestellt. Wir bilden 2er- oder 3er Gruppen von Schülern mit ähnlichen Schwierigkeiten.

**Module der Aufbaukurse**

**Arithmetik:**
Zahlaufbau Stellenwertsystem, Grundrechenarten, Rechengesetze (D-Gesetz), Bruchrechnen, Negative Zahlen, Binomische Formeln, Faktorisieren, Potenzen, Wurzeln

**Gleichungen:**
Umgang mit Termen, Lineare Gleichungen, Bruchgleichungen, Gleichungssysteme, Quadratische Gleichungen, Wurzelgleichungen

**Funktionen:**
Lineare Funktionen, Proportionalitäten, Quadratische Funktionen, Potenzfunktion, Wurzelfunktionen

- *Mittels der qualitativen Testauswertung setzen wir an dem Punkt an, wo das Unverständnis beginnt, nicht einfach am aktuellen Stoff*
- *Wir konzentrieren uns auf das Wesentliche*
- *Die Verbindungen zwischen den Stoffgebieten mehrerer Schuljahre werden aufgezeigt => ein mathematischer „Roter Faden“*
- *Also kein hektisches Üben für die nächste Schulaufgabe, stattdessen weniger Pauken bei dauerhaftem Schulerfolg*

**Weitere Informationen unter Telefon 089 / 5 23 31 42**