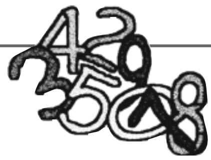
Kopf und Zahl

JOURNAL

des **Vereins für Lerntherapie und Dyskalkulie e.V.**
in Zusammenarbeit mit den **Mathematischen Instituten zur Behandlung der Rechenschwäche**

14. AUSGABE, Herbst 2010

www.dyskalkulie.de



„Sachaufgaben – da fang ich erst gar nicht an!“

Irene von Schwerin,
Institut zur Behandlung der Rechenschäche, München

Die Bearbeitung von Sachaufgaben im Mathematikunterricht verlangt von den Kindern ein doppeltes Anforderungsprofil: neben mathematischen Kompetenzen sind Fähigkeiten zum Textverständnis bzw. zur Textanalyse verlangt. Die Schüler müssen sich gleichzeitig sowohl auf der mathematischen Ebene wie auf der Sachebene gedanklich bewegen können. Zu viele Schüler haben Angst vor diesen Aufgaben, rechnen mit den Zahlen, was sie können, wenn sie denn überhaupt anfangen, oder reagieren gleich mit Verweigerung. Vielleicht werden sie nicht genügend und/oder in nicht genügend abgestuften Schwierigkeitsgraden auf diese Materie vorbereitet?

1. Welche Anforderungen stellen Sachaufgaben an die Schüler in der Grundschule:

Der in Bayern aktuell gültige Lehrplan im Fach Mathematik aus dem Jahr 2000 formuliert zum Thema Sachbezogene Mathematik für die 2. Jahrgangsstufe folgendes Lernziel:

> *„Die Schüler lernen Sachsituationen zu mathematisieren. Dabei wenden sie ihr erworbenes Wissen über Zahlen, Zahldarstellungen, Rechenoperationen und Rechenverfahren an. Sie entwickeln diese Fähigkeit anhand real gegebener, zeichnerisch dargestellter oder verbal beschriebener Situationen, in denen sie mathematische Daten oder Beziehungen entdecken. Daraus können sie neue Daten ermitteln und als Lösung darstellen.“* (KWMBI 1 So.-Nr. 1/2000 S. 102)

Eine Sachsituation zu mathematisieren heißt, die Schüler müssen beim Lösen einer Sachaufgabe der sprachlich, teilweise auch bildhaft präsentierten Situation die **quantitativen** Bezüge der Dinge entnehmen, die im Text vorkommen. Dieser Wechsel von der Sachebene zur mathematischen, quantitativen Ebene gelingt nur über die **Abstraktion** von allen konkreten Seiten der Dinge. Es ist eine Abstraktionsleistung verlangt, weil man sich vom konkreten Zusammenhang, wie er in der Sachaufgabe vorgestellt wird, zu den in ihm enthaltenen quantitativen Bezügen vorarbeiten muss und an denen weiter denken muss.

Denn es ist ja ein Problem zu lösen: Es ist in den Sachaufgaben ein Anfangszustand gegeben, ein erwünschtes, aber noch nicht erreichtes Ziel ist gekennzeichnet, und es ist drittens noch kein Weg bekannt, wie man vom Anfangszustand zum Ziel kommt. Klar ist nur: Man kommt mit einer oder mehreren mathematischen Operationen ans Ziel. Fragt sich nur mit welchen?

In der **ersten Phase** muss eine **Analyse des Textes** erfolgen mit dem Ziel, Gegebenes und Gesuchtes zu unterscheiden und damit zu erfassen, welche Daten zur Verfügung stehen, welche quantitativen Beziehungen zwischen den Daten bestehen und auch welche Informationen erst ermittelt werden müssen. Die **Frage** ist der Filter für die Unterscheidung von wichtigen und unwichtigen Angaben im Text. Sie gibt an, *welche* quantitative Seite an dem Sachzusammenhang wichtig ist.

Inhalt

Die quantitativen Beziehungen zwischen den gegebenen Daten in einer Skizze zu verdeutlichen oder auch in einer mathematischen Zeichenreihe auszudrücken, liefert entsprechend der **zweiten Phase** einen **Lösungsplan.** Dieser so genannte Problemlöser stellt eine Verbindung zwischen Gegebenem und Gesuchtem her. Diese Phase ist sozusagen die kreative Phase im Lösungsprozess, sobald dieses mathematische Modell steht, ist die eigentliche kreative Leistung beim Lösen des Sachproblems erbracht. (1)

In der **dritten Phase** wird der Plan ausgeführt. In der Regel werden dazu die bekannten mathematischen Verfahren angewendet, das heißt die Durchführung der mathematischen Operationen.

Die **vierte Phase** dient zum einen der Kontrolle der Ergebnisse und der Überprüfung im Hinblick auf die Problemstellung, der Einordnung der rechnerischen Lösungen in den Sachverhalt. Das heißt, das numerische Ergebnis muss erst in Beziehung zum Sach-Kontext gesetzt werden und auf Sinnhaftigkeit überprüft werden. Der Schüler muss also wieder die Denkebene wechseln: er muss von der mathematischen Ebene zurück zur Sachebene.

Die Lösung von Sachaufgaben wird in der Literatur überwiegend

- aus kognitionspsychologischer Sicht als Problemlösen und
- aus Mathematik-didaktischer Sicht als mathematische Anwendung (2)

beschrieben. Es ist jedoch weder *nur* „Problemlösen" noch *nur* „mathematische Anwendung". Mit Ausnahme von Phase drei müssen die Schüler ständig zwischen der mathematischen Ebene und der Sachebene wechseln. Sich *gleichzeitig* auf diesen *beiden* Denkebenen zu bewegen, stellt die große Herausforderung dar, für deren Bewältigung sowohl die mathematischen Kompetenzen als auch Problemlöse-Fähigkeiten verlangt sind.

Dieses kombinierte Anforderungsprofil zu erfüllen, ist zunächst für **jeden** Schüler eine hohe Anforderung, weil er in keiner der vier Phasen versagen darf, will er ans Ziel kommen, wobei das größte Problem in der Bewältigung von Phase zwei liegt. Nicht nur rechenschwache Kinder – diese aber fast ausnahmslos – entwickeln vor diesem Gebiet der Grundschulmathematik häufig **Ängste**, weil sie mit Auswendiglernen, eingeübten Schemata und Eselsbrücken der Sache nicht Herr werden.

2. Die genannten Anforderungen stellen Kinder mit Dyskalkulie vor besondere Schwierigkeiten

in mathematischer Hinsicht

- „Rechenschwäche" bedeutet in der Regel ein Zahlverständnis, das nicht Mengen-orientiert ist: Zahlen werden nicht (oder nicht vorrangig) als Anzahlen, nicht als „Wie viel" gedacht, sondern als Punkte in einer Reihenfolge. „36" ist nicht als „6 Einer und 3 Zehner" im Bewusstsein, sondern als Hausnummer 36 oder als der 36. Kreis auf der Hundertertafel. Zahlen werden deshalb auch nicht als zusammengebaut aus anderen Zahlen verstanden: z. B. 9 Einer aus 5 Einer und 4 Einer, oder 6 Einer und 3 Einer.
- Auf dieser Grundlage können auch Rechenarten, wie Addition und Subtraktion gar nicht als Zuwachs bzw. Verminderung der Ausgangsmenge wahrgenommen werden, sondern allenfalls als Vorwärts- bzw. als Rückwärtsgehen auf einer Zahlenreihe. Über Multiplikation und Division sagen rechenschwache Kinder häufig: „Das sind die Rechnungen mit dem Punkt in der Mitte, und die mit den zwei Punkten in der Mitte, die kann ich gar nicht". Wie soll ein Kind mit so einem Operationsverständnis erkennen, welche Rechenart die zu lösende Sachaufgabe verlangt? Dafür ist gerade unabdingbare Voraussetzung, dass die Schüler jede einzelne Rechenart ihrem logischen Gehalt nach verstanden haben, und dass sie den mathematischen Zusammenhang der vier Grundrechenarten zueinander durchblicken. Jede einzelne Rechenoperation richtig durchführen zu können ist zwar wichtig, hier aber nicht ausreichend.

in psychischer Hinsicht

Weil rechenschwache Kinder die Grundrechenarten gar nicht als das verstehen, was sie sind, sind sie chancenlos, wenn sie textlich gegebenen Sachzusammenhängen die entsprechende mathematische Operation entnehmen sollen. Jedenfalls können sie die Entscheidung für die jeweilige Rechenart nicht nach sachlogischen Kriterien treffen. Und am Resultat ist gar nicht mehr unterscheidbar, ob es an mangelnden **Problemlöse-Fähigkeiten** oder an mangelnden **mathematischen Kompetenzen** liegt, wenn Sachaufgaben falsch oder gar nicht behandelt werden. Die betroffenen Kinder können ersteres gar nicht unter Beweis stellen, wenn sie über letzteres nur unzureichend oder gar nicht verfügen. Die Konsequenzen sind für sie insofern fatal, weil ihnen in der Regel dann ***beide Fähigkeiten*** abgesprochen werden. Nicht selten wird am Lösen von Sachaufgaben immer noch der Grad der Intelligenz des Kindes festgemacht. Kein Wunder also, wenn vielen Kindern gerade dieses Gebiet der Mathematik als der „Gipfel des Grauens" erscheint.

Was also tun, wenn man einerseits chancenlos ist, andererseits der Aufgabe nicht entkommt? Da gibt es zweifelsohne verschiedene Weisen, damit umzugehen:

- Sehr verbreitet: gar nicht erst anfangen
- ein Ergebnis muss her, also probier' ich halt irgendwas: „Die Klasse 3a möchte ein Klassenfest feiern. In der Klasse sind 18 Kinder" (3) Rechnung: 18 + 3 = 21 Antwort: 21 Kinder kommen zum Fest
- man klopft das Zahlenmaterial nach Kriterien der Wahrscheinlichkeit ab: „zurzeit rechnen wir mal, also muss ich hier auch mal rechnen"
- man versucht, sich bestimmte *Aufgabentypen* mit Hilfe von Signalwörtern zu merken: „wenn Uhrzeiten vorkommen, muss ich immer mal 60 rechnen".

Gerade das zuletzt genannte Verfahren wird von vielen verzweifelten Eltern gewählt, wenn sie mit ihren Kindern Kombinationsmuster von „typischen Formulierungen und bestimmten Rechenoperationen" einüben. Gerade diese Variante kann sogar eine Zeitlang immer wieder zum Erfolg führen – vor allem dann, wenn die von der Schule geforderten Sachaufgaben entsprechend „berechenbar" und „schematisch" sind. Das Problem dabei ist nur, dass es eben „strukturkonforme und strukturdekonforme" (4) Signalwörter gibt. Und noch viel wichtiger: Eine Förderung der Problemlöse-Fähigkeiten gepaart mit mathematischen Kompetenzen kommt so nicht zustande.

3. Vorschläge für die Einführung von Sachaufgaben im Mathematikunterricht

Worauf hier aus Platzgründen nicht eingegangen werden kann, ist der Unterschied zwischen „Sach-" und „Textaufgaben". Unsere Vorschläge zur Einführung von Sachaufgaben beziehen sich gleichermaßen auf Text- wie auf Sachaufgaben. Selbstverständlich sollte sein – darin sind sich wohl alle Fachdidaktiker einig – dass Sach- wie Textaufgaben einen Bezug zur Lebenswelt der Kinder haben. Es sollte darum gehen, den Kindern mit den Mitteln der Mathematik Wege zum Lösen realer Probleme zu erschließen – und nicht um das „Einkleiden" von Rechenoperationen in der kindlichen Erlebniswelt fremde Fragestellungen, die Begriffe enthalten, die die Kinder in der 3. oder 4. Jahrgangsstufe noch gar nicht verstehen können, wie z. B. „zulässiges Gesamtgewicht" oder „monatliche Rate". Um den Kindern von Anfang an ein besseres Rüstzeug für die Bearbeitung von Sachaufgaben zu geben, sollte man erst mal jede einzelne „Phase" (Siehe Punkt1) für sich als Lernziel behandeln und sicherstellen.

Förderung des Textverständnis als eigenes Lernziel im Mathematikunterricht

Sofern Sachaufgaben als Text präsentiert werden, muss eben auch der mathematisch-orientierte, analytische Umgang mit Texten Inhalt gezielter „Trainingseinheiten" sein. Unerlässliche „Spielregel" für diese Einheiten: „Du sollst nicht rechnen!" Damit soll der Blick des Schülers auf den *Kontext*, in dem die Zahlen vorkommen, gelenkt werden, um zu verhindern, dass mit den Zahlen *etwas* gerechnet wird, unabhängig vom Zusammenhang, in dem sie stehen. Es werden Texte untersucht – aber es geht gerade nicht darum, die „passende Rechenart zu finden". Gerade auch um die Bereitschaft für einen solchen, „nicht auf die Lösung fixierten" Umgang mit Texten zu wecken, empfiehlt sich der gezielter Einsatz von sog. „Kapitänsaufgaben".

Zum Beispiel:

Auf diesem Blatt brauchst Du nicht zu rechnen. Kreuze nur die Geschichten an, die Rechenaufgaben sind, bei denen man etwas ausrechnen kann.

❍ *Maria ist jünger als ihr neunjähriger Bruder.*

❍ *Die Franks wohnen im 5. Stock des Hauses Nr. 45 in der Bayerstraße.*

❍ *Eine Brezel kostet 60 Cent.*
Wie viel kosten 4 Brezeln?

❍ *Hans ist 4 Jahre älter als sein achtjähriger Bruder.*

❍ *4 Semmeln und ein Brot kosten zusammen 5 € 50 Cent.*

❍ *Frau Rübe kauft ein: für 12 € Käse,*
für 13 € 50 Cent Wurst.
Sie gibt einen 50-€-Schein.
Wie viel Geld bekommt sie zurück?

❍ *Katrin gibt auf dem Markt für Gemüse 5 € 60 Cent und für Obst 3 € 70 Cent aus.*
Wie viel Geld bekommt sie zurück?

❍ *Kapitän Harmson fährt auf einem*
42 m langen und 12 m breiten Schiff zur See.
Wie schnell ist sein Schiff?

Absichern des Operationsverständnisses der vier Grundrechenarten in allen Aspekten

Grundvoraussetzung dafür, dass ein Kind Sachaufgaben verstehen kann, ist ein Operationsverständnis der vier Grundrechenarten in allen ihren Aspekten. Dieses Operationsverständnis erlangen Kinder z. B. dadurch, dass sie eine Additions- bzw. Subtraktionsrechnung mit Steckwürfeln nachbilden. Und umgekehrt: Die Kinder sollen von einem Würfelbild auf die so abgebildete Rechnung schließen können. Gerade auch dann, wenn beispielsweise die Einmaleins-Reihen auswendig gekonnt werden, sollte man Wert darauf legen, dass die Kinder z. B. $5 \cdot 4 = 20$ mit Würfeln darstellen können. Gerade auch bei der Division muss das Verständnis dieser Rechenart durch den handelnden Nachvollzug sicher gestellt werden. Bei Kindern, die sich in unserer Einrichtung vorstellen, ist auffällig, dass Dividend und Divisor häufig vertauscht werden bei gleichem Quotienten, was zeigt, dass bei diesen Kindern keinerlei Verständnis über das Verhältnis von Dividend und Divisor vorliegt. Das „Enthaltensein" muss als Aspekt des Dividierens verstanden werden. Wie gesagt: Ohne dass die Kinder die vier Grundrechenarten auch in ihrem logischen Zusammenhang begreifen, werden sie nicht in der Lage sein, eine Sachaufgabenstellung in die richtige mathematische Operation zu übersetzen. Erst wenn das gesichert ist, kann man es an einfachen Sachaufgaben anwenden.

Umsetzung von zunächst nur *einschrittigen* Sachaufgaben

Das Problem an den Aufgabenstellungen in den Schulbüchern und auch häufig im Unterricht ist, dass sie in der Phase, wo man die Kinder erst an die Bearbeitung von Sachaufgaben heranführen will, schon mehr als einen Rechenschritt verlangen und damit viele Kinder heillos überfordern. Die auf jeder Stufe des Mathematikunterrichts neu erworbenen Fähigkeiten im Umgang mit Zahlen befähigen schließlich jeweils auch zur Lösung von zuvor nicht lösbaren Fragestellungen des täglichen Lebens; ihr Einsatz dafür kann frühzeitig gelernt werden! Minimalanforderung ist dabei, mathematische Probleme zu lösen, die genau einen Rechenschritt verlangen. Dabei sollte beachtet werden:

Die Sachaufgaben mit den notwendigen Rechenoperationen sollten von Anfang an konsequent gemischt werden, etwa von Plus- und Malaufgaben (sobald beide Operationen jeweils für sich erarbeitet wurden) – anstelle des in Schulbüchern häufigen „Wir haben gerade das Multiplizieren gelernt, jetzt kommen dazu die Sachaufgaben!" Nur so vermeidet man die Entstehung des sog. *Schematischen Rechners*, der sich unabhängig vom Text für die Rechenart entscheidet, die in der Schule gerade dran ist.

Kinder sollten auch immer wieder angeregt werden, selbst (zunächst eben einschrittige) Sachaufgaben zu einer vorgegebenen Rechnung zu finden, als Beispiele, wo „im wirklichen Leben" eine bestimmte Art des Rechnens notwendig ist.

Die nächst höhere Schwierigkeitsstufe besteht darin, zu einem offenen Text sinnvolle Fragen zu finden. Zum Beispiel:

Kreuze die Frage an, die hier sinnvoll gestellt werden kann! Du brauchst nicht zu rechnen.

Martin kauft sich ein Fahrrad für 280 €. Die Hälfte des Preises zahlt er sofort, den Rest will er in Raten von je 35 € abbezahlen.

❍ *Wie viel Geld hat Martin übrig?*

❍ *Wie viele Gänge hat das Fahrrad?*

❍ *Wie viele Raten muss Martin bezahlen?*

❍ *Wie viel Geld bekommt Martin zurück?*

Verschiedene Angaben sind im Text, was könnte man daraus berechnen? Ein Kind, das solche Fragen nicht formulieren kann, wird nicht in der Lage sein, die Frage als Filter für die Unterscheidung von wichtigen und unwichtigen Angaben im Text zu erkennen. Ein Vorschlag:

Lies die folgenden Sachaufgaben durch und unterstreiche zuerst die <u>Frage</u> mit einem grünen Stift.

Dann unterstreiche die wichtigen <u>Zahlen und Größen</u> mit einem blauen Stift.

Robert hat sich in der Bücherei 2 Bücher ausgeliehen. Er braucht 7 Tage, um sie zu lesen. Gabi hat sich 4 Bücher ausgeliehen. Sie braucht 9 Tage, um sie auszulesen.

Wer braucht mehr Zeit, um die Bücher zu lesen?

Robert hat sich in der Bücherei 2 Bücher ausgeliehen. Er braucht 7 Tage, um sie zu lesen. Gabi hat sich 4 Bücher ausgeliehen. Sie braucht 9 Tage, um sie auszulesen.

Wer hat mehr Bücher ausgeliehen?

Systematische Erarbeitung der Lösungs-Kompetenz

Das Erfassen des Textes ist zwar die unverzichtbare Voraussetzung dafür, das darin formulierte mathematische Problem zu lösen. Aber jetzt geht sozusagen die eigentlich mathematische Arbeit erst richtig los. Und es wird wohl so sein, dass diese „Fähigkeit zum Problemlösen" auch bei bestem Unterricht nicht bei allen Kindern im selben Maße heranreifen wird. Doch was alle Kinder mit Sicherheit lernen können, sind Strategien im selbständigen Umgang mit mathematischen Problemstellungen – Strategien, die jedenfalls die Chance erhöhen, dass der kindliche Verstand auch in der Bearbeitung von Textaufgaben wirklich das leistet, was er eben individuell zu leisten imstande ist.

Die Schwierigkeit einer Sachaufgabe hängt nicht nur, aber auch davon ab, ob das Problem in einem, zwei oder mehreren Schritten gelöst werden kann. Diese Schwierigkeitsstufen sollten also auch bei der Erarbeitung der Problemlösungskompetenz beachtet werden.

Wie bereits angedeutet: Zweischrittige Aufgaben können nur gelöst werden, wenn (vor der eigentlichen, im Text gestellten Frage) eine Zwischenfrage beantwortet wird. Diese Zwischenfrage kann anfangs vorgegeben werden. In der weiteren Folge ist aber gerade darauf hinzuarbeiten, dass Kinder die im Text enthaltenen Informationen daraufhin untersuchen, welche Fragen damit unmittelbar beantwortet werden können.

Nach jedem Rechenschritt sollte nicht bloß eine Zahl als Ergebnis festgehalten, sondern überlegt und in Kurzform aufgeschrieben werden, was da jetzt eigentlich ausgerechnet wurde („Zwischenantwort“).

Bei mehrschrittigen Aufgaben sollten die Kinder sich eine „Vollständigkeits-Überprüfung“ zur Gewohnheit machen: „Habe ich mit dem letzten Rechenschritt auch wirklich das ausgerechnet, was ich wissen wollte, bzw. was gefragt ist?“

Am Ende muss eine Antwort formuliert werden, wobei die Kinder darauf achten müssen, dass ihre Antwort auch eine bezogen auf die Fragestellung der Aufgabe ist. Zu empfehlen sind Übungen wie die folgende:

Hier ist die Frage immer vorgegeben. Entscheide Du, welcher Antwortsatz auf diese Frage passt. Manchmal können es mehrere sein.

Frage: Wie viel Geld bekommt Petra zurück?

❍ *Sie muss 3 € 75 Cent bezahlen.*

❍ *Die Sachen kosten zusammen 3 € und 75 Cent.*

❍ *Sie bekommt 3 € 75 Cent zurück.*

❍ *Das Rückgeld beträgt 3 € 75 Cent.*

❍ *Sie hat 3 € 75 Cent hingegeben.*

Wenn ein Kind den Text versteht, wenn die Problemstellung der Lebenswelt des Kindes angemessen ist, wenn es ein umfassendes Verständnis der Rechenoperationen mitbringt und wenn es darüber hinaus über Strategien der Problemlösung verfügt, dann sollten die Sachaufgaben für die Kinder ihren Schrecken verlieren. Anregungen, in die eine oder andere Richtung zu überlegen und aufmunternde Worte leisten einen zusätzlichen Beitrag, um die Angst abzubauen.

Verwendete Literatur:

Aster, Michael von/Lorenz, Jens Holger, Rechenstörungen bei Kindern, Göttingen 2005.

Franke, Marianne, Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule, Berlin 2003 (1)vgl. S. 80, (2) ebenda, S. 21 (3) S. 103 (4) S. 109.

Fritz, Annemarie/ Ricken, Gabi/ Schmidt, Siegbert, Handbuch Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Beltz – Verlag, Ausgabe - 11. März 2009.

Gaidoschik, Michael, Rechenschwäche - Dyskalkulie: Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. Persen – Verlag, 2008.

Hoffmann, W. / Schlee, U. / Schwerin, A. v., „Mein Kind ist rechenschwach!“ Ratgeber für den Umgang mit rechenschwachen Kindern und Jugendlichen. Dortmund / München 1993, Eigenverlag, Direktvertrieb durch viele Dyskalkulietherapie-Institute.

Radatz, H., Schülervorstellung von Zahlen und elementaren Rechenoperationen, in: Beiträge zum Mathematikunterricht. Bad Salzdetfurth 1989.

Schulte-Körne, Gerd, Legasthenie und Dyskalkulie, Hrsg. Bochum 2007

Schwerin, Alexander von, Mein Kind kann nicht rechnen. Hilfen gegen Rechenschwäche. München 2003.

Der Artikel ist zuerst erschienen in: Sache Wort Zahl, Heft 112/38. Jahrgang, September 2010, S. 24ff

Früherkennung von Risikofaktoren einer Rechenschwäche

Neuropsychologische Testbatterie ZAREKI–K, M. G. von Aster, M.W. Bzufka und R. R. Horn

Katja Rochmann, Osnabrücker Zentrum für mathematisches Lernen

Der Erwerb mathematischer Grundkenntnisse im Zahlenraum bis zwanzig ist Lehrstoff der ersten Klasse. In der Praxis sieht die Sache anders aus. Etliche Kinder verfügen bereits bei Schuleintritt über elementare Vorstellungen von Zahlen und erste rechnerische Überlegungen. Andere Kinder hingegen haben bei der Einschulung noch gar nicht den mathematischen Entwicklungsstand erreicht, der für das Erlernen der Zahlen, das Operieren mit Anzahlen und die Anwendung mathematischer Symbole vorausgesetzt ist. Bei Kindern, denen Basisfertigkeiten für ein verständiges Aufnehmen des Unterrichtsstoffs fehlen, ist der Zugang zur Mathematik bereits wenige Wochen nach der Einschulung infrage gestellt. Das Erkennen von Dispositionen mathematischer Lernprobleme im Vorschulbereich ist daher ein wichtiger Bereich der Prävention von Rechenschwäche.

Ein neues diagnostisches Instrumentarium unter den standardisierten Testungen ist der ZAREKI–K, eine „Neurologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – Kindergartenversion“ als Individualtest konzipiert. „Sie ermöglicht eine differenzierte Erfassung von Fähigkeiten im Umgang mit Zahlen und Mengen im Vorschulalter und erlaubt ... eine Risikoeinschätzung für spätere Rechenstörungen.“ (Vorwort der Autoren). „Die ersten fünf Subtests prüfen das erreichte Wissen und Können hinsichtlich des Zahl-(Wort)-Systems.“ (Kapitel 2, Seite 12) Anschließend folgen Subtests, „die elementares Zahlwissen, arithmetisches Operieren, analoges Zahl- und Mengenverständnis sowie Arbeitsgedächtnisfunktionen prüfen“. (Kapitel 2, Seite 12)

Wir haben uns die Testbatterie genauer angesehen und wollen an drei Subtests diskutieren, ob die Ansprüche, die die Autoren an ihr Testverfahren knüpfen, von ihm erfüllt werden.

Vorgänger und Nachfolger

> „Die Bestimmung des Vorgängers oder Nachfolgers einer bestimmten Zahl erfordert ebenfalls die Beherrschung der Zählsequenz sowie das Additionsschema beim Nachfolger und das Subtraktionsschema beim Vorgänger. Abstufungen im Schwierigkeitsgrad ergeben sich aus der Größe der Zahl, von der aus Vorgänger und Nachfolger zu bestimmen sind und der damit verbundenen Zahlwortstruktur (mehrere Zahlwortelemente bei größeren Zahlen, Zahlwortsyntax).“ (Subtest 4, Seite 13)

Spielen wir den Gedanken einmal für den Vorgänger durch. Wir haben uns das „Subtraktionsschema“ übersetzt als „eins weniger als die Ausgangsanzahl“ und hoffen, hierin mit den Autoren überein zu stimmen. Für die Durchführung finden wir folgende Instruktion:

> *„Ich sage dir eine Zahl und du sagst mir, welche Zahl vor dieser kommt! Zum Beispiel, ich nenne die Zahl 6 und du sagst diejenige Zahl, die vor 6 kommt. Das ist ...? Richtig. 5. Also los! Welche Zahl kommt vor ...?“* (Subtest 4, Seite 13)

Hat derjenige, der den Vorgänger einer Zahl richtig benennen kann, tatsächlich eine Vorstellung von Zahlen entwickelt im Sinne von: Zahlen bestehen aus unterschiedlich vielen Elementen und der Vorgänger besteht aus einem Element weniger? Dieser Grundgedanke gilt unabhängig von der Größe einer Zahl. Der Vorgänger wird über die Verminderung der Anzahl um eins erschlossen. Als Verhältnisbestimmung von Anzahlen setzt dieses Verständnis den kardinalen Zahlbegriff voraus.

Wird (lediglich) die Zählsequenz beherrscht und die Zahlwortreihe fehlerfrei aufgesagt, ließe sich das Herausfinden des Vorgängern auf dieser Grundlage auch als ein rein formales Regelwerk erlernen: Beim Vorgänger ist immer das vorausgehende Zahlwort gefragt! Hier ist dann nicht die Kenntnis vom Zahlaufbau die Basis für eine richtige Antwort, sondern das Wissen über den Namen des fünften Zahlwortes. Nicht wenige Kinder, die wir in unserer Einrichtung kennen lernen, verharren bei der Bestimmung des Vorgängers in dieser Vorstellung. Die Frage, welche Zahl vor der Zahl sechs kommt, beantworten sie nach dem gleichen Schema, mit dem sie herausfinden würden, welcher Buchstabe im Alphabet vor „F" genannt wird. Sie sagen die Zahlwortreihe auf (laut oder leise) und messen ihrer Abfolge die Bedeutung zu, mit ihr den Vorgänger zu finden.

Da dieser Subtest ohne jedes Verständnis vom Zahlaufbau, vom Subtraktionsschema (Verminderung um eins) und vom Additionsschema (Vermehrung um eins) korrekt beantworten werden kann, setzt die spannende und für eine Förderung gewichtige Frage unseres Erachtens hier erst an: „Mit welcher Vorstellung von Anzahlen hat der Proband die Aufgabe gelöst?" Eine Nachfrage, die auch im Falle einer falschen Antwort sehr lohnend ist. Woran ist das Kind gescheitert? Kennt es den Zahlnamen nicht oder ist ihm das Prinzip der Anzahlveränderung nicht vertraut. Entscheidend für eine Beurteilung der Lernausgangslage ist, ob die wesentlichen Kriterien für Vorgänger und Nachfolger als gewusst vorausgesetzt werden können: „Der Vorgänger ist immer um eins weniger." „Der Nachfolger ist immer um eins mehr." Der ZAREKI–K erweist sich an dieser Stelle als kein Instrumentarium, um einen Einblick in die Sichtweise des Kindes zu gewinnen.

Visuelles Rechnen

Das „Subtraktionsschema" wird in einem anderen Subtest des ZAREKI–K gezielter aufgegriffen. Im Subtest 8 „Visuelles Rechnen" soll das Kind „anschaulich addieren und subtrahieren". In der diagnostischen Arbeit und im Verlauf der Lerntherapie ist für uns die vorhandene Einsicht in den Zusammenhang von Materialhandlung und abstraktem Rechnen immer ein Indiz für die Beurteilung des mathematischen Verständnisses. Unter dem Gesichtspunkt der Prävention ist es ein wichtiges Kriterium, wie der Proband mit Materialhilfe den operationalen Gehalt der Rechenarten veranschaulicht.

Wir haben uns daher für die inhaltlichen Vorstellungen von der Rechenoperation interessiert, wie sie den Diagnostikern und den Kindern in diesem Subtest nahe gelegt werden. „Die Aufgabenanalysen haben ergeben, dass das Subtraktionsschema einfacher zu sein scheint, so dass mit den „Wegnehmen"-Aufgaben begonnen wird." (Seite 14) In unserer Arbeit als Facheinrichtung für Rechenschwäche/Dyskalkulie erleben wir häufig das schiere Gegenteil. Insbesondere minus bereitet vielen Kindern arge Probleme.

Greifen wir die Subtraktion auf, so wie sie in den Instruktionen zur Testdurchführung erläutert wird.

> *„Bei dieser Aufgabe geht es um das Wegnehmen. Dieses Zeichen bedeutet ‚minus' oder ‚weg'* (Mit dem Finger zeigen.) *Dieses Zeichen bedeutet gleich.* (Zeigen.) *Auf dieser Seite gibt es 1, 2, 3, 4 Kreise* (Auf der linken Seite mit dem Finger zeigen.), *und auf dieser Seite gibt es 1, 2, 3 Kreise* (Auf der rechten Seite mit dem Finger zeigen.). *Jetzt soll man einen Kreis wegnehmen und hinter das Minus- oder Wegzeichen in dieses Kästchen malen. Danach hat es nach dem Gleichheitszeichen* (Mit dem Finger zeigen.) *gleich viele Kreise, nämlich 3. Wie viele Kreise müssen hier weggenommen werden, damit auf dieser Seite gleich viel sind wie auf der anderen? Die Antwort lautet…? Ja, 1 ist richtig."* (Subtest 8, Seite 14)

Dazu die Beispielaufgabe aus den Arbeitsblättern (8. Visuelles Rechnen):

○○○○	–		=	○○○

Ein (visuelles) Lösungsmuster wurde von den Autoren leider nicht beigefügt. Die Beispielaufgabe haben wir nach den Anweisungen in der Instruktion einmal umgesetzt. *„Jetzt soll man einen Kreis wegnehmen und hinter das Minus- oder Wegnehmzeichen in dieses Kästchen malen …"*

Erste Lösung:

○○○○	–	○	=	○○○

Es ist stark zu vermuten, dass die Autoren diese Lösung favorisieren, obwohl – siehe zweite Lösung – der Bezug auf die Instruktion nicht eindeutig ist.

Zweite Lösung:

○○○∅	–	○	=	○○○

Herausgekommen sind zwei Lösungsvarianten. Gleich viele Kreise (*„nach dem Gleichheitszeichen"*) sind es aber weder in der ersten noch in der zweiten Lösung.

Ehrlich gesagt, dieser Subtest hat uns ganz schön verblüfft. Wir haben ihn uns folgendermaßen erklärt:

Die Testentwickler verstehen die Subtraktion als das Operieren mit unabhängig voneinander existierenden Mengen. Minuend, Subtrahend und Wert der Differenz werden jeweils durch Kreise repräsentiert. Basierend auf dieser Vorstellung von minus wird eine (visuelle) Materialhandlung mit Symbolen der schriftlichen Notation verknüpft. Die Autoren setzen das Darstellen des operationalen Gehalts einer Rechnung mit Hilfe von Material (gezeichnete Kreise) und das abstrakte Rechnen in eins. Dies ist aus mathematischer Sicht nicht zu halten. Symbole wie „–“ und „=“ beziehen sich auf abstrakte Anzahlen, auf das allgemeine Festhalten von Zahlbeziehungen. Beim Arbeiten mit Material veranschaulicht die Handlung den operationalen Gehalt.

Ob nun von der Subtraktion als Gleichung mit einer Vergleichsmenge ausgegangen wird („Svenja hat vier Kekse. Sie isst einen auf. Jetzt hat sie genauso viele wie ihr kleiner Bruder. Der hat drei Kekse.“) oder von der einfachen Termumformung („Svenja hat vier Kekse. Sie isst einen auf.“), gemeinsam ist beiden Vorstellungen von minus, dass der Subtrahend im Minuend enthalten ist. Für eine Veranschaulichung der Subtraktion bedarf es insgesamt nur vier Gegenstände, die entsprechend strukturiert gelegt werden müssen, um den subtraktiven Charakter zu zeigen. Als Abbildung:

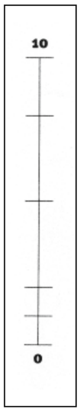
Bei Kindern, die ihr Verständnis vom Minusrechnen analog den Vorgaben der Autoren entwickelt haben und wie in den beiden Lösungen oben gezeigt, in eine visuelle Veranschaulichung umsetzen, würden wir ein operationales Fehlverständnis feststellen und den Eltern raten, die Entwicklung der Zahl- und Rechenvorstellung ihrer Tochter oder ihres Sohn in den ersten Monaten nach der Einschulung genau zu beobachten und ggf. eine entsprechende Förderung in die Wege zu leiten.

Wie sind jedoch die Kenntnisse der Kinder zu beurteilen, die im ZAREKI–K zu diesen Lösungen gelangt sind? Kinder, die sich „minus“ als ein Operieren mit voneinander unabhängigen Mengen vorstellen, können der Testanweisung leicht folgen und nach einem vorgeführten Beispiel auch die restlichen Aufgaben dieses Testsegments im Sinne des Beispiels bearbeiten.

Kinder, die die Subtraktion als Teile-/Ganzes-Schema verstanden haben und wissen, dass der Subtrahend ein Teil des Minuenden (Ganzes) ist, können diese Aufgabe auch zielgerichtet im Sinne der Testanweisung bearbeiten, nämlich dann, wenn sie den Anweisungen des Diagnostikers treu und brav folgen. Sie machen einfach das, was von ihnen verlangt wird: „Jetzt soll man einen Kreis wegnehmen und hinter das Minus- oder Wegnehmzeichen in dieses Kästchen malen.“

Zahlenstrahl

Den dritten Subtest, die wir ansprechen wollen, ist der Subtest 10 „Zahlenstrahl“.



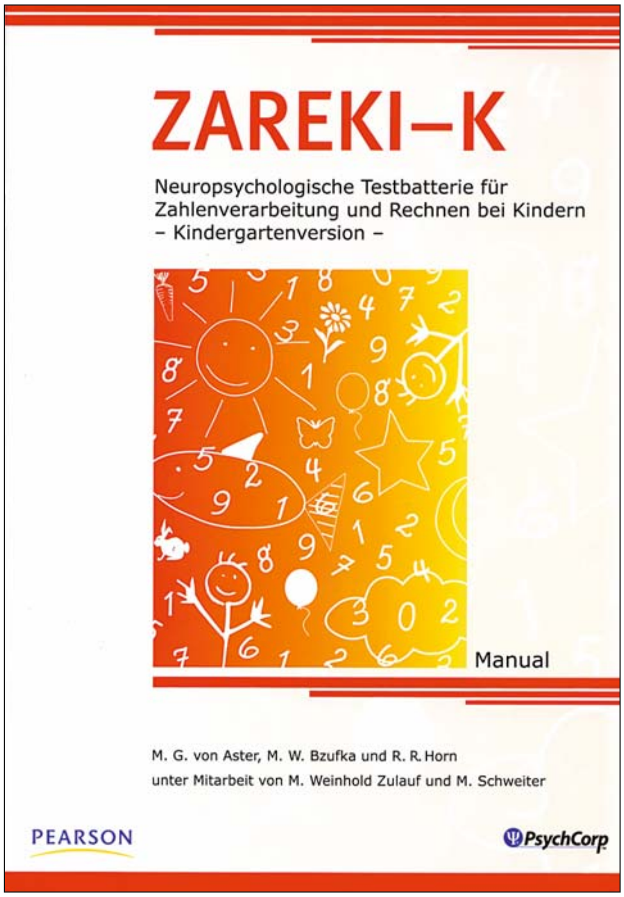
„Das Kind soll hier die Position von Zahlen auf einem Zahlenstrahl bestimmen, wobei auch hier von einem noch geringen Bekanntheitsgrad ausgegangen wird. ... Ziel dieses Subtests ist die Prüfung des analogen Zahlenverständnisses, das eine wichtige Grundlage für alle arithmetischen Operationen darstellt. Die Aufgaben wurden so konstruiert, das verschiedene örtliche Bereiche der Distanz 0 bis 10 bzw. bis 20 repräsentiert sind.“ (Subtest 10, Seite 15) Die Instruktion zum Testbeispiel enthält folgende Aufgabenstellung:

> *„Auf diesem Blatt sieht du eine Linie mit mehreren kleinen Querstrichen.* (Zeigen.) *Dies hier unten ist der Querstrich für die Null, hier oben ist der Querstrich für die 10. Die Linie reicht also von 0 bis 10.* (zeigen.) *Die Zahl, die ich dir sage, passt genau zu einem Querstrich, der zwischen 0 und 10 liegt.* (zeigen.) *Zuerst gibt es ein Beispiel: Zeige jetzt den Querstrich, der zur Zahl 5 passt.“* (Seite 15)

Welche Anforderungen sind hier gestellt? Um mit dem Zahlenstrahl zielgerichtet zu arbeiten, sind drei Dinge vorausgesetzt: Die Veranschaulichung der Zahl eins muss über eine genormte, dimensionierte Größe (Länge) verstanden sein. Weiter ist das Wissen unterstellt, dass alle Zahlen aus dieser Längeneinheit aufgebaut sind. Sie sind Vielfache der Länge von eins. Ein systematisches Vorgehen setzt damit eine ganze Reihe von Kenntnissen voraus. Um die Beispielaufgabe zu lösen, ist ein fortgesetztes Hinzufügen der Länge von eins erforderlich (analog dem abstrakten Rechnen $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$) oder das Halbieren der Gesamtlänge ($2 \cdot 5 = 10 \rightarrow 10 : 2 = 5$). Es kann auch nach dem Ausschlussprinzip vorgegangen werden: Der zweite und der dritte Querstrich, von 0 aus betrachtet, liegen zu nahe am Querstrich für die Zahl null, der fünfte Querstrich ist zu nahe an der Zahl zehn, daher kann es nur der vierte Querstrich sein. Auch bei dieser Herangehensweise muss die Längeneinheit für eins in Beziehung zu den Querstrichen gesetzt werden.

Die Aufgaben in den Testvorlagen (fünf aus dem Zahlenraum von 0 bis 10 und fünf von 0 bis 20) sind so ausgewählt, dass sie weder anhand eines rein schematischen Vorgehens noch zählend gelöst werden können. Allerdings erfordert ihre Bearbeitung Einsichten, über die die Probanden in aller Regel zum Testzeitpunkt (Vorschule) noch nicht verfügen.

Unser zweiter Einwand bezieht sich auf die Aufgabenstellung: „Zeige jetzt den Querstrich, der zur Zahl 5 passt.“ Folgt man diesem Gedanken, wären die Zahl 2 und die Zahl 5 jeweils ein Querstrich und lediglich durch ihre örtliche Position auf dem Zahlenstrahl und ihre Reihenfolge zu unterscheiden. Eine Kardinalzahl repräsentiert der Querstrich hingegen nicht. Angemessen für das Erfassen eines Zahlverständnisses, wie es als Grundlage für das Rechnen vorausgesetzt ist, wäre unseres Erachtens eine Fragestellung im Sinne von: „Von welchem Querstrich bis zu welchem Querstrich geht die Zahl 5?“ Dabei ist es unerheblich, ob das Kind seine Lösung von 10 oder von 0 ausgehend darstellt. Für eine standardisierte Auswertung, wie sie die ZAREKI–K erfordert, müsste die Fragestellung sicher noch modifiziert werden: „Von welchem Querstrich bis zu welchem Querstrich geht die Zahl 5? Beginne bei dem Querstrich für 0.“



Schlussbetrachtung: ZAREKI–K – eine Basis für am Fähigkeitsprofil orientierte Frühfördermaßnahmen?

Es soll an dieser Stelle noch einmal der Anspruch aufgegriffen werden, den die Autoren für die Testbatterie ZAREKI–K formulieren. „Sie erlaubt eine differenzierte Erfassung von Fähigkeiten im Umgang mit Zahlen und Mengen.“ (Vorwort) Diese Zielsetzung erfüllt die Testbatterie unseres Erachtens nur sehr eingeschränkt. Wichtige mathematische Grundvoraussetzungen für Vorschulkinder werden erfasst: Kenntnisse bezüglich der Zählfertigkeiten, der Zuordnung von Zahlwort und Zählobjekt bzw. Zahlsymbol, der Simultanerfassung kleinerer Mengen und Aspekte mathematischer Vergleichskonzepte. In mehreren Subtests werden erste Einsichten in quantitative Veränderungen des Addierens und Subtrahierens überprüft – unsere Einwände haben wir formuliert. Wer jedoch Einblicke in die spezifischen (vor-)mathematischen Denkweisen der Kinder gewinnen will, dem steht das Testverfahren nicht mit Rat und Tat zur Seite. Die ZAREKI–K sieht zwar vor, dass Antworten und Verhaltensbeobachtungen ausführlich protokolliert werden. Allerdings fließen diese Informationen nicht in das Auswertungsschema und die Ergebnisübersicht ein. Eine Protokollierung, die die Stufe einer Mitschrift nicht verlässt, reicht als Grundlage für eine „Bestimmung des Risikos für spätere Rechenstörungen“ und daraus resultierende „individuell differenzierte Förderung“ (Seite 10) nicht aus. Hierfür müssten die Lösungswege analysiert und beurteilt werden. Gerade die qualitativen Auswertung der Bewältigungsstrategien eines Kindes sind in der Diagnostik und Beratung elementare Voraussetzungen, um über Maßnahmen für eine erfolgreiche Heranführung an die Grundlagen des Rechnens entscheiden zu können.

Quelle: Aster, M. G. v.; Bzufka, M. W.; Horn, R. R.: Neurologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – Kindergartenversion – (ZAREKI–K), Frankfurt a. M. (Pearson) 2009

Verein für Lerntherapie und Dyskalkulie. e.V.

Internet:
www.dyskalkulie.de
E-Mail:
verein@dyskalkulie.de

Impressum:
Herausgeber: Verein für Lern- und Dyskalkulietherapie, München, Brienner Straße 48
Redaktion: Alexander v. Schwerin (verantwortlich), Beate Lampke, München
Christian Bussebaum, Elke Focke, Düsseldorf;
Wolfgang Hoffmann, Dortmund; Rudolf Wieneke, Berlin
Layout und Satz: Schmidt Media Design, München

Aus der Praxis – für die Praxis

„Erst der Zehner, dann der Einer!“
Stellenwerte extra – Die Tücke des Verfahrens

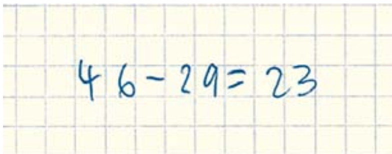
Katja Rochmann,
Osnabrücker Zentrum für mathematisches Lernen

Dr. Michael Wehrmann,
Institut für Mathematisches Lernen Braunschweig

Kinder, die die Voraussetzungen für ein verständiges Rechnen im erweiterten Zahlenraum nicht mitbringen, betrachten den Lösungsweg des Rechnens mit getrennten Stellenwerten als pure Technik, die schrittweise abgearbeitet werden muss. Der Blick für den Zusammenhang der Dezimalstellen fehlt oft ebenso wie der Blick für den Minuend als Gesamtmenge und den Subtrahend als Teilmenge. Dies führt häufig zu folgenschweren individuellen Strategien und dementsprechenden Rechenfehlern.

Der Kunstgriff mit den Einern …

Oft zu beobachten ist bei Subtraktionen mit Stellenüberschreitungen der Tausch der Einerstellen bei Minuend und Subtrahend, um unlösbar erscheinende Aufgaben doch lösen zu können. Ein Fehler, der vielen Lehrkräften und Eltern bekannt ist.



40 – 20 = 20	Subtraktion der Zehner
6 – 9 =	geht nicht, aber
9 – 6 = 3	geht
46 – 29 = 23	Zehner nach vorne, Einer dahinter bzw. Addition der Teilergebnisse

Während hier mit der Strategie Stellenwerte extra ein falsches Ergebnis erzielt wurde, ist das schematische Abspulen des Lösungsverfahrens manchmal durchaus von Erfolg gekrönt. Nämlich dann, wenn ein weiterer individueller Rechenschritt auswendig gelernt wird:

46 – 29 =	
40 – 20 = 20	Subtraktion der Zehner
6 – 9 =	geht nicht, aber
9 – 6 = 3	geht, dann muss man von 20 noch 3 wegnehmen
20 – 3 = 17	
46 – 29 = 17	

„Ziehe nie eine größere von einer kleineren Zahl ab!“, mit Hilfe dieser „Eselsbrücke“ wurden im zweiten Rechenschritt die Einerziffern von Minuend und Subtrahend unzulässig vertauscht und mit dieser Technik die Aufgabenstellung 9 – 6 = 3 hergestellt. In diesem Fall wird „drei“ als Zwischenergebnis registriert. Es erfolgt ein weiterer Kniff: Das Zwischenergebnis wird von der Differenz der Zehnerzahlen abgezogen, und das korrekte Endergebnis „17“ taucht als Lösung auf. Wie ein Kunstgriff ermöglicht es der letzte Rechenschritt, einem falschen Resultat auszuweichen. Fehleranalytisch betrachtet werden zwei Inkorrektheiten gemacht, die sich im Resultat gegenseitig aufheben.

Wird ein Teil der Rechnung im Kopf durchgeführt und nicht aufgeschrieben, sieht die Rechnung hinterher vielleicht so aus:

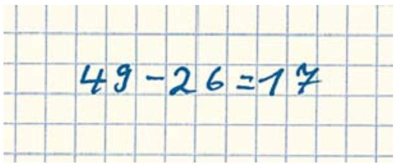
46 – 29 = 17	
40 – 20 = 20	Subtraktion der Zehner
6 – 9	

Und darunter steht eventuell: „Das hast du gut gemacht. Weiter so!“

… und seine Folgen

Als fatal erweist sich diese subjektive Variante des Einerstellentausches bei Aufgaben, in denen kein Stellenübergang verlangt ist.

Ein klassisches Beispiel aus dem Bereich der Subtraktion im Zahlenraum bis hundert zeigt die Wirkung dieses begriffslos eingeübten Algorithmus. Seine Anwendung führt bei den vermeintlich schwereren Aufgaben mit Stellenübergang zu richtigen Lösungen und bei den augenscheinlich leichteren Aufgaben ohne Stellenübergang zu falschen Lösungen.



40 – 20 = 20	Subtraktion der Zehner
9 – 6 = 3	Subtraktion der Einer
20 – 3 = 17	von 20 noch 3 wegnehmen

Es wurde in die verkehrte „Trickkiste“ gegriffen und der falsche Algorithmus ausgewählt: minus mit zweistelligem Subtrahenden und mit Zehnerüberschreitung anstatt minus mit zweistelligem Subtrahenden ohne Zehnerüberschreitung.

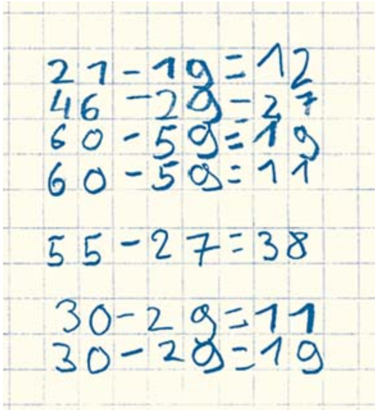
Die Einerstelle erweitern – womit?

Pia, Anfang der vierten Klasse, werden folgende Kopfrechenaufgaben vorgelegt, darunter auch „unsere“ Aufgabe 46 – 29:

21 – 19, 46 – 29, 60 – 59, 55 – 27, 30 – 29.

Einfach sind diese Aufgaben in ihren Augen nicht, und daher gibt sie gleich den Hinweis: „Diese Aufgaben hatte ich aber schon lange nicht mehr. Wir rechnen jetzt was ganz anderes.“ Stimmt, die aktuelle Seite in ihrem Schulbuch zeigt „Die Zahl 100.000“.

Pia grübelt eine Weile und hat dann eine Idee: „Ich weiß jetzt wieder, wie das gerechnet wird.“ Sie sieht kein Problem mehr, macht sich ans Rechnen und tatsächlich, jede Aufgabe wird gelöst.



„Jede Aufgabe wird gelöst“ ist richtig, „kein Problem mehr“ ist hingegen falsch. Auffällig sind nicht allein die falschen Ergebnisse. Der Wert der Differenz ist jeweils um zehn zu hoch. Außerdem gibt es zwei Lösungen bei Aufgaben mit einer unbesetzten Einerstelle im Minuenden.

Wie sind diese Ergebnisse zustande gekommen? Exemplarisch zwei Aufgaben und Pias Idee dazu:

21 − 19 =	
20 − 10 = 10	Subtraktion der Zehner
1 − 9 =	Subtraktion der Einer geht nicht, aber
11 − 9 = 2	geht (Minuend wird um zehn erhöht)
21 − 19 = 12	Zehner nach vorne, Einer dahinter

Dies entspricht auch Pias Rechenweg bei 46 − 29 = 27 und 55 − 27 = 38. Heraus kommt eine Lösung, bei der der Zehner um eins zu groß ist. Pia rechnet jeden Stellenwert für sich und kombiniert Stellenwerte extra mit einem Algorithmus, der sich an die schriftliche Subtraktion mit Stellenüberschreitung anlehnt: Die Erweiterung der Einerstelle des Minuenden. So voneinander getrennt, wie sie Zehner- und Einerstellen betrachtet, so erfolgt auch die Erweiterung bei den Einern – ohne Rückbezug auf die Zehner.

Bei 60 − 59 vermag Pia sich nicht zu entscheiden, ob sie ihren Algorithmus weiterhin verfolgen soll oder lieber nicht, denn: „Null ist doch gar nichts, das braucht man nicht zu rechnen.“ Daher werden hier zwei Ergebnisse ermittelt.

Erste Rechnung:

60 − 59 =	
60 − 50 = 10	Subtraktion der Zehner
0 − 9 = 9	die Einer bleiben neun: „bei null braucht man nichts rechnen“
60 − 59 = 19	Zehner nach vorne, Einer dahinter

Zweite Rechnung:

60 − 59 =	
60 − 50 = 10	Subtraktion der Zehner
0 − 9 =	Subtraktion der Einer geht nicht, aber
10 − 9 = 1	geht (die Einerstelle des Minuenden wird um zehn erhöht)
60 − 59 = 11	Zehner nach vorne, Einer dahinter

Pia betrachtet die Ziffern auf den Stellen wie Einzelfakten, das Beziehungsverhältnis der Stellenwerte sowie der Ziffern zueinander spielt aus ihrer Sicht keine Rolle. Dies führt zu der scheinbaren Absurdität, dass z. B. bei 60 − 59 Ergebnisse mit einem zweistelligen Wert der Differenz errechnet werden, wo doch nur ein einstelliger möglich wäre. Diesen Widerspruch kann sie nicht erkennen.

Wir haben hier an Beispielen aus der Förderung rechenschwacher Kinder gezeigt, dass dies zu Verwirrungen und falschen Lösungsstrategien führen kann. Wenn die Einsicht in den Zusammenhang der Stellenwerte, in die in die dezimale Bündelungsstruktur, fehlt, führt die Wahl unpassender Lösungsstrategien zu entsprechend falschen Ergebnissen.

Mit freundlicher Genehmigung entnommen aus:

„Bloß kein minus … lieber plus!“

Die Subtraktion – ein Buch mit sieben Siegeln?

Ein Lehr- und Lernbuch für den Grundschulstoff erschienen beim Arbeitskreis des Zentrums für angewandte Lernforschung

http://www.arbeitskreis-lernforschung.de

ISBN 978-3-00-028253-9

Zwischenbericht über das Projekt: Rechenschwäche – kein Schicksal

Wie in unserer letzten Ausgabe ***Kopf und Zahl* 13** bereits berichtet, führt **der Verein für Lerntherapie und Dyskalkulie e. V.** in Zusammenarbeit mit der **Bildungsstiftung der Stadtwerke München** ein Projekt durch, in dem Kinder mit Dyskalkulie aus einkommensschwachen Familien gefördert werden. Die Kosten des Projekts trägt die Bildungsstiftung.

Da Kinder, die von einer Dyskalkulie betroffen sind, keinen Anspruch auf Übernahme der Therapiekosten haben, wenn sie nicht gleichzeitig unter psychischen Sekundärstörungen leiden, ist dieses Projekt gerade für Kinder aus einkommensschwachen Familien so wichtig, entscheidet sich doch ihre Schullaufbahn zu häufig auch an den Mathematikleistungen.

Unser Verein hat die Zusammenarbeit mit den Münchner Grundschulen gesucht, um im Sinne des Projekts auch die wirklich betroffenen Kinder herauszusuchen. Häufig sind es auch gerade Kinder mit Migrationshintergrund, die diese Förderung so dringend brauchen.

Dem Projekt begegneten einige der angesprochenen Eltern zu Beginn, wenn nicht mit Skepsis, dann sicher nicht mit der angemessenen Wichtigkeit. Es gab einige Motivationsschwierigkeiten, die auch bedingt waren durch Sprachdefizite auf Seiten der betroffenen Eltern und durch die Unkenntnis des Themas Rechenschwäche und deren Bedeutung für die weitere Schullaufbahn ihres Kindes. Diese konnten aber aus dem Weg geräumt werden durch ausführliche Information in Form von Elternberatungen und Informationsabenden.

Ganz anders die Reaktion der betroffenen Kinder: Die SchülerInnen waren von der ersten Stunde an sehr motiviert und neugierig, was da auf sie zukommt. Nach etwa 3 Monaten Therapiezeit haben wir folgendes Stimmungsbild durch Befragung der teilnehmenden Kinder eingefangen:

Die Schüler kommen gerne, weil sie hier Mathe gut verstehen, sich mehr zu sagen trauen und keine Angst haben. Sie finden die kleinen Gruppen (bis 3 Schüler) toll, weil sie keiner auslacht und es einfach Spaß macht, dass man am Ende noch ein Spiel machen kann.

An der Gruppenarbeit gefällt den Schülern besonders, dass sie nicht gehänselt werden, die anderen Schüler in der Gruppe sehr nett sind, sich gut untereinander verstehen und sich auch gegenseitig helfen können.

Die Selbsteinschätzung der Schüler bezüglich ihrer Leistung in Mathematik hat sich in der Regel verbessert. Auch die Noten der Schüler sind, ihren Angaben zufolge, zum Teil schon besser geworden.

Die Arbeitsblätter, die die Schüler als Hausaufgabe bekommen, empfinden die wenigsten als lästige Pflichtübung, weil sie diese nicht schwer finden, die Arbeitsblätter werden fast ausnahmslos bearbeitet und die Schüler freuen sich, ihre Lösungen dann in der Therapiestunde zu präsentieren.

Fazit: die anfänglichen Schwierigkeiten, Eltern auch aus bildungsferneren Schichten für die Teilnahme an dem Projekt zu gewinnen, konnten überwunden werden, was sich im Interesse der Kinder sehr gelohnt hat.

Fortbildung zum Thema:

Stellenwertsystem –
„wie komme ich rauf, wie komme ich runter“
klassische Fallstricke für rechenschwache Kinder
Mathematik-therapeutische Maßnahmen dagegen

München 01.03.2011, 17.00 Uhr

Pädagogisches Institut, Herrenstraße19

Anmeldung erforderlich bei:

MATHEMATISCHES INSTITUT ZUR BEHANDLUNG DER RECHENSCHWÄCHE/DYSKALKULIE

DIAGNOSE • BERATUNG • THERAPIE

Brienner Straße 48, 80333 München

Tel. 0180/300 16 99 oder **089/5 23 31 42**

Fax 089 /5 23 42 83

www.rechenschwaeche.de E-Mail: institut@rechenschwaeche.de

Telefonsprechstunde: Mo – Do 10.00 bis 14.30 Uhr, Fr 12.00 bis 15.30 Uhr

Therapieeinrichtungen des mathematischen Instituts in der Umgebung

81245 Aubing,
Ubostraße 18, Tel. 0180 / 300 16 99*

86150 Augsburg,
Stettenstraße 2, Tel. 0180 / 300 16 99*

83646 Bad Tölz,
SPZ, Alter Bahnhof 7, Tel. 0180 / 300 16 99*

85221 Dachau,
Dr.-Engert-Straße 9, Tel. 0180 / 300 16 99*

83607 Holzkirchen,
Haidstrasse 3, Tel. 0180 / 300 16 99*

85551 Kirchheim,
Maria-Glasl-Straße 16, Tel. 0180 / 300 16 99*

6330 Kufstein,
Josef Egger Straße 2, Tel. 0512 / 580 441

86899 Landsberg,
Münchener Straße 72, Tel. 0180 / 300 16 99*

82377 Penzberg,
Winterstraße 4, Tel. 0180 / 300 16 99*

93049 Regensburg,
Puricellestraße 30, Tel. 0180 / 300 16 99*

83022 Rosenheim,
Stollstraße 10, Tel. 0180 / 300 16 99*

82319 Starnberg,
Ferdinand-Maria-Straße 1, Tel. 0180 / 300 16 99*

82008 Unterhaching,
Robert-Koch-Straße 7, Tel. 089 / 52 33 142 oder
0180 / 300 16 99*

85716 Unterschleißheim,
Hans-Carossa-Straße 2, Tel. 0180 / 300 16 99*

*(7 Cent/Minute)